Revista Eletrônica Paulista de Matemática

ISSN 2316-9664
Volume 14, fev. 2019
Edição Ermac

Um estudo da eficiência do algoritmo *branch-and-bound* na resolução do problema de fluxo de potência ótimo reativo

A study of the efficiency of the Branch-and-Bound algorithm for solving the reactive Optimal Power Flow problem

Luiza Rodrigues Matos
UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
luiza.r.matos@gmail.com

Daisy Paes Silva
UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
daisypaess@gmail.com

Edilaine Martins Soler
UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
edilaine.soler@unesp.br

Resumo

O propósito de um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é determinar o estado de um sistema de transmissão de energia elétrica que otimize um dado desempenho deste sistema e satisfaça suas restrições físicas e operacionais. O problema de FPO pode ser modelado matematicamente como um problema de Programação Não-Linear com variáveis discretas e contínuas. Neste trabalho, investiga-se a eficiência do método *Branch-and-Bound* na resolução do problema de FPO, considerando suas variáveis contínuas e discretas, analisando o desempenho das estratégias para escolha dos nós a serem explorados na árvore de busca e das variáveis para ramificação. Testes com o sistema elétrico IEEE 118 barras são apresentados.
Palavras-chave: Otimização. Fluxo de Potência Ótimo. *Branch-and-Bound*. Variáveis Discretas.

Abstract

The purpose of an Optimal Power Flow (OPF) problem is to determine the state of an electric power transmission system that optimizes a given system performance and satisfies its physical and operational constraints. The OPF problem can be mathematically modeled as a Nonlinear Programming problem with discrete and continuous variables. In this paper, we investigate the efficiency of the Branch-and-Bound method in solving the OPF problem, considering its continuous and discrete variables, analyzing the performance of the strategies to choose the nodes to be explored in the search tree and the variables for branching. Tests with the IEEE 118-bus system are presented.
Keywords: Optimization. Optimal Power Flow. Branch-and-Bound. Discrete Variables.

Artigo recebido em set. 2018 e aceito em jan. 2019.

1 Introdução

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são considerados um dos sistemas mais complexos feitos pelo homem (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007), devido à sua grandeza, função e controle. Estes sistemas têm a função de fornecer energia elétrica com o mínimo de interrupções, com qualidade adequada e no momento solicitado pelos consumidores (NEPOMUCENO, 1997). Os operadores de tais sistemas precisam de ferramentas especiais para otimamente analisar, monitorar e controlar diferentes aspectos deste sistema sofisticado. Algumas dessas ferramentas são o Despacho Econômico (DE), o *unit commitment* e o Fluxo de Potência Ótimo (FPO) (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007).

O cálculo de Fluxo de Potência (FP) consiste essencialmente na determinação do estado do sistema, da distribuição dos fluxos e de algumas outras grandezas. Neste tipo de problema, a modelagem do sistema é estática, isto é, as variações no tempo são suficientemente lentas de maneira que se possa ignorar os efeitos transitórios. Desta forma, o cálculo do FP é realizado por um conjunto de equações e inequações algébricas não-lineares que correspondem, respectivamente, às leis de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais do sistema de energia elétrica e de seus componentes. O conjunto de equações do problema de FP é formulado por equações que representam o fato de que a potência injetada em uma barra é igual à soma dos fluxos que deixam a barra, através de linhas de transmissão, transformadores, etc, com a potência consumida na barra, imposição da Primeira Lei de Kirchhoff (balanço de potência). A Segunda Lei de Kirchhoff é utilizada para expressar o FP nos componentes internos como funções das tensões de suas barras terminais. O conjunto de inequações é formado pelas restrições das magnitudes das tensões nas barras, pelos limites nas injeções de potência reativa das barras, entre outros (MONTICELLI, 1983).

O cálculo do FP é, geralmente, realizado utilizando-se métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução do conjunto de equações e inequações algébricas que constituem o modelo estático do sistema. Devido ao crescimento destes sistemas e o número de interligações entre estes, operá-los de modo eficiente tornou-se uma tarefa complexa. Um modo eficiente de determinar o estado ótimo de um sistema é através da resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). O problema de FPO visa determinar um ponto de operação de um sistema elétrico através do ajuste dos controles que otimize uma função objetivo e respeite o Fluxo de Potência do sistema, entre outras restrições. O FPO tem aplicações em vários problemas de planejamento da operação, como por exemplo visando a minimização de perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica.

O problema de Fluxo de Potência Ótimo Ativo e Reativo, isto é, o problema de FPO completo, é um termo genérico que representa um amplo conjunto de subproblemas e que pode ser basicamente subdividido em Fluxo de Potência Ótimo Ativo (FPOA), conhecido como Despacho Econômico, e Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) (PAPALEXOPOULOS; IMPARATO; WU, 1989). Vários métodos vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de se obter boas soluções para estes problemas em tempos computacionais aceitáveis (LIMA, 2000). Neste trabalho, investiga-se o problema de FPOR, em que os controles associados à potência ativa são fixados e as variáveis relacionadas à potência reativa são ajustadas. O objetivo considerado na formulação adotada neste trabalho é a minimização das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica. Este problema é modelado como um problema de Programação Não-Linear (PNL) com variáveis discretas e contínuas.

Devido à importância do problema de FPO e dificuldade de resolução destes problemas, im-

posta pelas variáveis discretas e a não linearidade e não convexidade das funções envolvidas, muitos métodos de resolução têm sido propostos na literatura, entre estes destaca-se o método *Branch-and-Bound*: Estevam et al (2010), Gopalakrishnan et al (2012), Moreira et al (2013) e Phan (2015), entre outros.

Assim, propõem-se neste trabalho investigar a eficiência do algoritmo *Branch-and-Bound* na resolução do problema de FPOR, e a influência das estratégias para escolha dos nós e das variáveis para ramificação, testadas individualmente e combinadas, na obtenção de solução de boa qualidade para o problema. Para isso, foi utilizado o algoritmo B-BB disponível no *solver Basic Open Nonlinear Mixed Integer* (BONMIN) (BONAMI et al, 2008). Testes numéricos com o sistemas elétrico IEEE 118 barras foram realizados e demonstram que o *solver* é eficiente na resolução do problema de FPOR com variáveis de controle discretas e contínuas.

Este trabalho é resultado do aprimoramento feito no trabalho completo de mesmo nome apresentado e publicado nos anais do V Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional (ERMAC) (MATOS; SILVA; SOLER, 2018). O trabalho está organizado como segue: na Seção 2 é apresentada a formulação matemática do problema de FPOR com variáveis discretas e contínuas, na Seção 3 é apresentado o método *Branch-and-Bound*, na Seção 4 é descrito o *solver* BONMIN e na Seção 5 são apresentados os resultados numéricos obtidos para o problema de FPOR associado ao sistema elétrico teste IEEE 118 barras.

2 Formulação matemática do problema de fluxo de potência ótimo reativo

Na formulação adotada neste trabalho, o problema de FPOR é modelado como um problema de otimização estático, não-convexo, com função objetivo não-linear, com um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade não-lineares e com variáveis discretas e contínuas (SILVA, 2016). As restrições de igualdade do problema de FPOR são obtidas impondo-se a primeira lei de Kirchhoff, no tocante à conservação das potências ativa e reativa em cada barra da rede, isto é, a potência líquida injetada em uma barra deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes conectados a esta barra. A segunda lei de Kirchhoff é utilizada para expressar os fluxos de potência nos ramos como função das suas tensões terminais. As restrições de desigualdade representam restrições funcionais. A formulação matemática do problema de FPOR adotada neste trabalho objetiva minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica e é dada por:

$$
\begin{aligned}
\text{Minimizar} \quad & f(V,\theta) \\
\text{Sujeito a:} \quad & \Delta P_k(V,\theta,t) = 0, \forall\, k \in BCCR; \\
& \Delta Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh}) = 0, \forall\, k \in BC; \\
& \underline{Q_k} \leqslant Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh}) \leqslant \overline{Q_k}, \forall\, k \in BCR; \\
& \underline{V_k} \leqslant V_k \leqslant \overline{V_k}, \forall\, k \in BS; \\
& t_{(k,m)} \in \{\underline{t}_{(k,m)},\ \underline{t}_{(k,m)} + p,\ \underline{t}_{(k,m)} + 2p,\ \ldots,\ \underline{t}_{(k,m)} + np\}, \quad \forall\ (k,m) \in T,\ n \in \mathbb{N}; \\
& b_k^{sh} \in D_{b_k^{sh}},\ \forall\, k \in BSS.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Em que:

- V_k representa o módulo da tensão na barra k;
- θ_k representa o ângulo de tensão da barra k;
- $t_{(k,m)}$ representa o *tap* do transformador da linha *(k,m)*;
- b_k^{sh} representa os bancos de capacitores e de reatores *shunt* da barra k;
- $f(V,\theta)$ representa as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão;
- $\Delta P_k(V,\theta,t)$ representa o balanço de potência ativa para a barra k;
- $\Delta Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh})$ representa o balanço de potência reativa para a barra k;
- $Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh})$ representa a geração de potência reativa injetada na barra k;
- $D_{b_k^{sh}}$ representa o conjunto de valores discretos que os bancos de capacitores ou de reatores *shunt* k podem assumir;
- $\{\underline{t}_{(k,m)},\ \underline{t}_{(k,m)}+p,\ \underline{t}_{(k,m)}+2p,\ \ldots,\ \underline{t}_{(k,m)}+np\}$ representa o conjunto de valores discretos que os *taps* dos transformadores podem assumir, e p representa o passo discreto;
- *BCCR* representa o conjunto de barras de carga e controle de reativo;
- *BC* representa o conjunto de barras de carga;
- *BCR* representa o conjunto de barras de controle de reativo;
- *BS* representa o conjunto de barras do sistema;
- T representa o conjunto de transformadores com controle *tap*;
- *BSS* representa o conjunto de barras com bancos de capacitores e de reatores *shunt* variável;
- $\underline{V_k}$ e $\overline{V_k}$ representam os limites inferior e superior de tensão na barra k, respectivamente;
- $\underline{Q_k}$ e $\overline{Q_k}$ representam os limites inferior e superior de geração de potência reativa na barra k, respectivamente.

Variáveis Contínuas:

- $V=(V_1,V_2,...,V_B)^T$: magnitudes de tensão das barras $1,2,...,B$;
- $\theta=(\theta_1,\theta_2,...,\theta_B)^T$: ângulo de tensão das barras $1,2,...,B$.

Variáveis Discretas:

- $t=(t_{l_1},t_{l_2},...,t_{l_{(T)}})^T$: *taps* dos transformadores das linhas $l_1,l_2,...,l_{(T)}$;
- $b^{sh}=(b_{q1}^{sh},b_{q2}^{sh},...,b_{qBSS}^{sh})^T$: banco de capacitores e reatores *shunt* das barras $1,2,...,BSS$.

Na próxima seção é descrito o método *Branch-and-Bound* utilizado no algoritmo B-BB, disponível no *solver* BONMIN, investigado neste trabalho.

3 O método *branch-and-bound*

O método *Branch-and-Bound* (B&B), também conhecido como método de avaliação e separação, foi originalmente proposto para problemas de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). No entanto, este método foi adaptado para resolução de problemas de programação não-linear contendo variáveis inteiras (GUPTA; RAVINDRAN, 1985).

Este método baseia-se na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente das soluções candidatas à solução ótima inteira de um problema. Separa-se o problema inicial com variáveis inteiras/discretas em vários subproblemas contínuos. Cada um destes subproblemas pode ser resolvido por algum método de otimização contínuo. Assim, apenas uma fração das soluções factíveis é realmente examinada. O termo *branch* refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções e o termo *bound* ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

Cada subproblema é um nó na árvore B&B. A solução de cada subproblema fornece um limitante (*bound*) para a subregião. Se a solução do subproblema é discreta para as variáveis discretas, então esta subregião não é mais explorada. Uma subregião em que a melhor solução discreta encontrada até o momento é melhor que seu limitante, é descartada, caso contrário é explorada recursivamente. Prosseguindo desta maneira uma árvore de subproblemas é criada. O método pára quando não há mais subregiões para serem exploradas (SOLER, 2011).

A eficiência do método B&B depende da qualidade dos seus limitantes para que sub-regiões possam ser descartadas e o método não se torne exaustivo, e da facilidade de resolução dos subproblemas. Infelizmente, estes dois atributos são geralmente antagônicos, isto é, um subproblema de fácil resolução não fornece um limitante de qualidade. Outros fatores como a escolha da ordem para se resolver os subproblemas (nós a serem explorados) e a escolha da variável para ramificação também afetam a eficiência do método.

Neste trabalho, testes foram realizados com o *solver* gratuito BONMIN, a fim de avaliar a influência da escolha de nós a serem explorados e a escolha da variável para ramificação na resolução do problema de FPOR pelo método B&B.

4 O *solver* BONMIN

O *Basic Open-source Nonlinear Mixed Integer* (BONMIN) é um *solver open-source* desenvolvido em C++ para resolver problemas de Programação Não-Linear Inteira Mista (PNLIM). O BONMIN é capaz de resolver modelos de PNLIM cujas funções possuam segunda derivada contínua. Este pacote tem disponível seis algoritmos diferentes para resolver estes problemas:

- B-BB: algoritmo baseado no método *Branch-and-Bound*;
- B-OA: algoritmo baseado no método *Outer-Approximation*;
- B-QG: algoritmo baseado no método *Branch-and-Cut* e no método *Outer-Approximation*;
- B-Hyb: algoritmo híbrido de B-BB e B-QG;
- B-ECP: algoritmo baseado no método *Branch-and-Cut* e no método *Outer-Approximation*;
- B-iFP: algoritmo *pump*.

Estes algoritmos são métodos exatos quando o problema é convexo, caso contrário eles são heurísticos. Para os PNLIMs convexos, experimentos em um conjunto de testes razoavelmente grandes mostraram que B-Hyb teve um bom desempenho. No entanto, há casos em que B-OA, especialmente quando usado com o CPLEX como solucionador de subproblemas de programação inteira mista, é muito mais rápido do que B-Hyb. Em outros casos, B-BB é mais interessante. B-QG e B-ECP correspondem principalmente a um ajuste de parâmetro específico de B-Hyb, mas podem ser mais rápidos em alguns casos. B-iFP é adaptado para encontrar rapidamente boas soluções para PNLIMs convexos muito difíceis. Para PNLIMs não-convexos, é altamente recomendável usar B-BB (BONAMI; LEE, 2011).

Como o problema de FPOR é um problema não-convexo, o algoritmo B-BB é o mais recomendável e foi o escolhido para os testes realizados neste trabalho com o objetivo de analisar o desempenho do método *Branch-and-Bound* na resolução deste problema.

Sabe-se que no método B&B as estratégias de escolhas de variáveis para ramificação e escolha de nós a serem explorados influenciam o desempenho do método. Assim, neste trabalho foram analisadas as opções disponíveis no *solver* BONMIN para estas estratégias. Mais detalhes sobre estas estratégias podem ser obtidos em Bonami e Lee (2011).

4.1 Escolha de nós a serem explorados

4.1.1 Opção *node_comparison*

Esta opção permite determinar a estratégia para seleção do próximo nó a ser explorado na árvore de busca. Abaixo, estão listadas as estratégias desta opção, disponíveis no *solver* BONMIN:

- *best-bound*: escolhe o nó com o menor limitante;
- *best-guess*: escolhe o nó com a menor solução aleatória inteira;
- *breadth-first*: realiza ampla busca em profundidade;
- *depth-first*: realiza busca em profundidade;
- *dynamic*: começa com uma primeira busca em profundidade e depois de três soluções inteiras factíveis se comporta como a estratégia *best-bound*.

4.1.2 Opção *tree_search_strategy*

Esta opção permite escolher estratégias para explorar os nós na árvore B&B. Todas as estratégias podem ser usadas em conjunto com qualquer uma das opções de comparação de nós. Abaixo, estão listadas as estratégias desta opção, disponíveis no *solver* BONMIN:

- *dfs-dive*: aprofunda-se na árvore B&B, se possível, fazendo uma primeira busca em profundidade. Retrocede quando uma profundidade significativa é atingida ou quando a estimativa da melhor solução possível na sub-árvore é pior do que o limitante;
- *dfs-dive-dynamic*: segue o mesmo príncipio que a estratégia *dfs-dive*, mas uma vez que uma solução é encontrada, muda para o melhor limitante e se há muitos nós, realiza busca em profundidade primeiro;

- *dive*: aprofunda-se na árvore B&B, se possível, caso contrário, escolhe o nó superior como indicado pela função de comparação de nós;
- *probed-dive*: aprofunda-se na árvore B&B explorando dois nós filhos antes de continuar a se aprofundar em cada nível;
- *top-node*: escolhe sempre o nó superior indicado pela função de comparação de nós.

4.2 Escolha de variáveis para ramificação

4.2.1 Opção *variable_selection*

Esta opção permite escolher estratégias de seleção de variáveis para ramificação. Abaixo, estão listadas as estratégias desta opção, disponíveis no *solver* BONMIN:

- *lp-strong-branching*: executa ramificações com aproximação PL (Programação Linear);
- *most-fractional*: escolhe a variável com maior parte fracionária;
- *nlp-strong-branching*: executa ramificações com aproximação PNL (Programação Não-Linear);
- *osi-simple*: utiliza o método osi para ramificação simples;
- *osi-strong*: utiliza o método osi para ramificação profunda;
- *qp-strong-branching*: executa ramificações com aproximação PQ (Programação Quadrática);
- *random*: escolhe a variável de ramificação aleatoriamente;
- *reliability-branching*: utiliza ramificações confiáveis;
- *strong-branching*: executa ramificações profundas.

5 Resultados numéricos

Testes numéricos com o sistema elétrico IEEE 118 barras foram realizados para avaliar o potencial do método *Branch-and-Bound* na resolução do problema de FPOR, como apresentado na equação (1), e a influência das estratégias para escolha dos nós e das variáveis para ramificação na obtenção de solução de boa qualidade para este problema. Os testes foram realizados em duas etapas. Na primeira etapa, cada uma das estratégias descritas foi selecionada e as demais opções do *solver* não foram alteradas (*default*). Na segunda etapa de teste, as estratégias disponíveis nas opções *node_comparison*, *tree_search_strategy* e *variable_selection* foram combinadas entre si.

O computador utilizado para a realização dos testes numéricos possui processador Intel Core i5 de 3,1 GHz e 8 GB de memória RAM. Foi utilizado o *solver* BONMIN em interface com o *software General Algebraic Modeling System* (GAMS).

5.1 Sistema elétrico IEEE 118 barras

O sistema elétrico IEEE 118 barras, apresentado na Figura 1, tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 53 barras de controle de reativo;
- 64 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 118 barras possui as seguintes características:

- 182 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 360 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 235 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 23 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (8,5), (26,25), (30,17), (38,37),(63,59), (64,61), (65,66), (68,69) e (81,80) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 5, 34, 37, 44, 45, 46, 48, 74, 79, 82, 83, 105, 107 e 110.

Em todos os testes considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto $\{0{,}95;\ 0{,}96;\ 0{,}97;\ 0{,}98;\ 0{,}99;\ 1;\ 1{,}1;\ 1{,}02;\ 1{,}03;\ 1{,}04;\ 1{,}05\}$ *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* (ZHAO; GUO; CAO, 2005). Considerou-se que os bancos de capacitores e de reatores *shunt* devem pertencer aos conjuntos dados a seguir:

$$
\begin{gathered}
b_5^{sh} \in \{-0{,}40; 0\};\\
b_k^{sh} \in \{0; 0{,}06; 0{,}07; 0{,}13; 0{,}14; 0{,}2\}, \forall k \in \{34, 107, 110\};\\
b_{37}^{sh} \in \{-0{,}25; 0\};\\
b_k^{sh} \in \{0; 0{,}01\}, \forall k \in \{44, 45, 46\};\\
b_{48}^{sh} \in \{0; 0{,}15\};\\
b_{74}^{sh} \in \{0; 0{,}08; 0{,}12; 0{,}2\};\\
b_k^{sh} \in \{0; 0{,}01; 0{,}02\}, \forall k \in \{79, 82, 46, 105\}.
\end{gathered}
$$

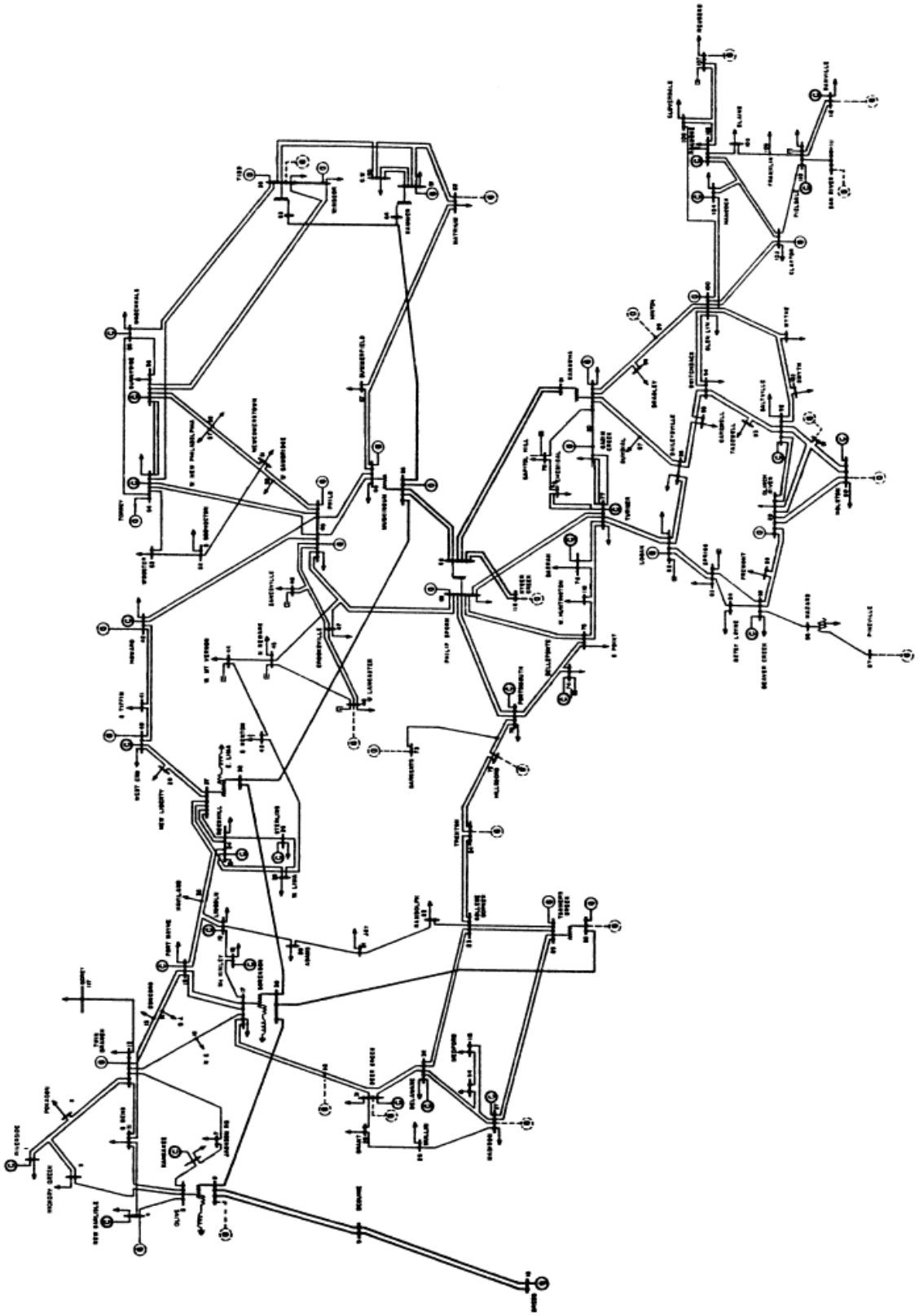

Figura 1: Sistema elétrico IEEE 118 barras. Fonte: (SOLER, 2011).

5.2 Primeira etapa de testes

Na Tabela 1, seguem os resultados obtidos nos testes para o problema de FPOR associado ao sistema elétrico IEEE 118 barras. Nestes testes, as estratégias de escolha de nós a serem explorados e da variável para ramificação foram testadas individualmente, de modo que as demais opções adotadas foram as *defaults* do *solver*. Estão listadas as estratégias testadas no *solver* BONMIN, os valores obtidos para a função objetivo (perdas de potência ativa nas linhas), o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados. Na tabela 1, o símbolo - indica que o *solver* não retornou solução factível no tempo limite de 300 segundos.

Tabela 1: Resultados numéricos para as estratégias testadas individualmente - Sistema elétrico IEEE 118 barras.

	Sistema elétrico IEEE 118 barras			
	Opções	**Perdas (MW)**	**Tempo (s)**	**N^o de nós explorados**
node_comparison	*best-bound*	122,67	18,491	21
	best-guess	122,67	21,135	21
	breadth-first	122,67	18,105	21
	depth-first	122,67	16,584	21
	dynamic	122,68	16,318	18
tree_search_strategy	*dfs-dive*	122,67	22,117	45
	dfs-dive-dynamic	122,67	20,711	45
	dive	122,67	14,669	12
	probed-dive	122,67	16,187	21
	top-node	122,67	16,236	21
variable_selection	*lp-strong-branching*	-	-	-
	most-fractional	122,67	5,196	18
	nlp-strong-branching	122,67	16,657	21
	osi-simple	122,67	4,805	20
	osi-strong	122,67	120,726	32
	qp-strong-branching	122,67	14,850	37
	random	122,67	5,138	15
	reliability-branching	-	-	-
	strong-branching	-	-	-

5.3 Segunda etapa de testes

Na Tabela 2, seguem os resultados obtidos nos testes para o problema de FPOR associado ao sistema elétrico IEEE 118 barras, em que as estratégias de escolha de nós a serem explorados e da variável para ramificação foram testadas em combinação. Estão listadas as combinações de estratégias testadas no *solver* BONMIN que apresentaram solução em menor tempo computacional, os demais resultados foram omitidos.

Tabela 2: Resultados numéricos para as estratégias testadas em combinação - Sistema elétrico IEEE 118 barras

Sistema elétrico IEEE 118 barras					
Opções Combinadas					
node_comparison	***tree_search_strategy***	***variable_selection***	**Perdas (MW)**	**Tempo (s)**	**Nº de nós explorados**
best-bound	*dfs-dive*	*osi-simple*	122,68	4,529	30
best-bound	*dfs-dive-dynamic*	*osi-simple*	122,68	4,212	30
best-bound	*dive*	*osi-simple*	122,67	3,067	20
best-bound	*probed-dive*	*osi-simple*	122,67	3,183	20
best-bound	*top-node*	*osi-simple*	122,67	4,558	33
best-guess	*dfs-dive*	*osi-simple*	122,68	4,131	30
best-guess	*dfs-dive-dynamic*	*osi-simple*	122,68	4,034	30
best-guess	*dive*	*osi-simple*	122,67	3,354	20
best-guess	*probed-dive*	*osi-simple*	122,67	3,178	20
best-guess	*top-node*	*osi-simple*	122,67	3,729	27
breadth-first	*dfs-dive*	*osi-simple*	122,68	5,287	30
breadth-first	*dfs-dive-dynamic*	*osi-simple*	122,68	10,453	30
breadth-first	*dive*	*osi-simple*	122,67	3,153	20
breadth-first	*probed-dive*	*osi-simple*	122,67	2,655	14
breadth-first	*top-node*	*osi-simple*	122,67	4,158	29
depth-first	*dfs-dive*	*osi-simple*	122,67	3,682	26
depth-first	*dfs-dive-dynamic*	*osi-simple*	122,67	3,825	26
depth-first	*dive*	*osi-simple*	122,67	3,104	20
depth-first	*probed-dive*	*osi-simple*	122,67	4,653	38
depth-first	*top-node*	*osi-simple*	122,67	3,064	20
dynamic	*dfs-dive*	*osi-simple*	122,67	3,720	26
dynamic	*dfs-dive-dynamic*	*osi-simple*	122,67	3,776	26
dynamic	*dive*	*osi-simple*	122,67	3,065	20
dynamic	*probed-dive*	*osi-simple*	122,67	2,527	14
dynamic	*top-node*	*osi-simple*	122,67	2,406	20

Observando os dados expostos nas Tabelas 1 e 2, percebe-se que as combinações de estratégias de escolha de nós a serem explorados e da variável para ramificação apresentam a solução ótima do problema de FPOR em menor tempo computacional em relação aos casos em que as estratégias de escolha de nós a serem explorados e da variável para ramificação foram testadas individualmente.

Quando testada individualmente, a estratégia para escolha de variáveis para ramificação *osi-simple* obteve a solução ótima de 122,67 MW de perda de potência ativa nas linhas de transmissão em 4,805 segundos. Já a combinação entre as estratégias de escolha de nós a serem explorados *dynamic* e *top-node* e a estratégia para escolha de variáveis para ramificação *osi-simple* obteve a solução ótima de 122,67 MW de perda de potência ativa nas linhas de transmissão em 2,406 segundos, ou seja, obteve a mesma solução em, aproximadamente, metade do tempo computacional.

Assim, tem-se que a estratégia para escolha de variáveis para ramificação *osi-simple* teve seu

desempenho em destaque na resolução do problema de FPOR, para o sistema elétrico IEEE 118 barras, quando testada individualmente e quando testada em combinação. Esta estratégia utiliza o método osi para ramificação simples.

6 Conclusões

O problema de FPOR é considerado um problema de difícil resolução. Neste trabalho, o problema de FPOR foi resolvido pelo método *Branch-and-Bound*, utilizando o algoritmo B-BB disponível no *solver* BONMIN.

Todas as estratégias de escolhas de nós a serem explorados e variáveis para ramificação testadas deste algoritmo se mostraram eficientes na resolução do problema de FPOR. A escolha adequada destas estratégias na árvore de busca do método *Branch-and-Bound* reduzem de maneira significativa o tempo computacional de resolução. Assim, observou-se que a combinação de estratégias ofereceu, em média, para o sistema testado, soluções em metade do tempo computacional oferecido pelas estratégias testadas individualmente.

A diferença de valores da função objetivo nas soluções obtidas com o método B&B e a função objetivo na solução relaxada continuamente é de, aproximadamente, 0,57%, o que comprova a qualidade das soluções discretas obtidas.

A resolução do problema de FPOR com variáveis discretas fornece um nível de tensão do sistema real, garantindo melhor qualidade no fornecimento de energia elétrica aos consumidores.

Este trabalho é decorrente de um projeto de pesquisa de iniciação científica desenvolvido com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

Agradecimentos

As autoras agradecem o apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) - processo 2016/06756-8, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - processos 428740/2016-2 e 313495/2017-3.

Referências bibliográficas

ALRASHIDI, M. R.; EL-HAWARY, M. E. Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete OPF problem considering the valve loading effects. **IEEE Transactions on Power Systems,** v. 22, n. 4, p. 2030-2038, 2007.

BONAMI, P. et al. An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs. **Discrete Optimization,** v. 5, n. 2, p. 186-204, 2008.

BONAMI, P.; LEE, J. **BONMIN users' manual: version 1.5.** [S.l.: s.n.]: 2011. Disponível em: ⟨https://projects.coin-or.org/Bonmin/browser/stable/1.5/Bonmin/doc/BONMIN_UsersManual.pdf?format=raw⟩. Acesso em: 26 jul. 2018.

CARPENTIER, J. L. Contribution a l'étude du dispatching économique. **Bulletin de la Societé Française des Electriciens,** v. 3, p. 431-447, 1962.

ESTEVAM, C. R. N. et al. Reactive power dispatch and planning using a non-linear branch-and-bound algorithm. **IET Generation, Transmission & Distribution,** v. 4, n. 8, p. 963-973, 2010.

GOPALAKRISHNAN, A. et al. Global optimization of optimal power flow using a branch bound algorithm. In: ANNUAL ALLERTON CONFERENCE ON COMMUNICATION, CONTROL, AND COMPUTING, 50., 2012, Monticello, IL. **Proceedings...** Monticello, IL: IEEE, 2012, p. 609-616.

GUPTA, O. K.; RAVINDRAN, A. Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming. **Management Science,** v. 31, n.12, p. 1533-1546, 1985.

LIMA, F. G. M. **Fluxo de potência ótimo paramétrico.** 2000. 149 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – UNICAMP, Campinas, 2000.

MATOS, L. R.; SILVA, D. P.; SOLER, E. M. Um estudo da eficiência do algoritmo branch-and-bound na resolução do problema de fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 5., 2018, Bauru. **Caderno de trabalhos completos e resumos...** Bauru: Unesp, Faculdade de Ciências, 2018, p. 338-343. Disponível em: ⟨https://drive.google.com/file/d/1-8SZZnioKApdmQG6BaOTltJARzfwAB9P/view⟩. Acesso em: 08 ago. 2018.

MONTICELLI, A. J. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica.** São Paulo: Edgard Blücher, 1983.

MOREIRA, J. C. et al. A parallel branch and bound approach to optimal power flow with discrete variables. **Przeglad Elektrotechniczny,** v. 89, n. 3a, p. 47-52, 2013.

NEPOMUCENO, L. **Modelos de otimização equivalentes para minimização de perdas através do FPO Newton.** 1997. 132 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - UNICAMP, Campinas, 1997.

PAPALEXOPOULOS, A. D.; IMPARATO, C. F.; WU, F. F. Large-scale optimal power flow: effects of initialization, decoupling and discretization. **IEEE Transactions on Power Systems,** v. 4, n. 2, p. 748-759, 1989.

PHAN, D. T. Lagrangian duality and branch-and-bound algorithms for optimal power flow. **Operations Research,** v. 60, n. 2, p. 275-285, 2012.

SILVA, D. P. **Funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de fluxo de potência ótimo reativo.** 2016. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Unesp, Bauru, 2016.

SOLER, E. M.; ASSADA, E. N.; COSTA, G. R. M. da. Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls. **IEEE Transactions on Power Systems,** v. 28, n. 3, p. 2174-2182, 2013.

SOLER, E. M. **Resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas.** 2011. 108 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - USP, São Carlos, 2011.

ZHAO, B.; GUO, C. X.; CAO, Y. J. A multiagent-based particle swarm optimization approach for optimal reactive power dispatch. **IEEE Transactions on Power Systems,** v. 20, n. 2, p. 1070–1078, 2005.