Revista Eletrônica Paulista de Matemática

ISSN 2316-9664
Volume 14, fev. 2019
Edição Ermac

Sistema baseado em regras fuzzy para avaliação da qualidade da água

System based on fuzzy rules for water quality assessment

Eder Pereira Neves
UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".
ederpereira@uems.br

Marco Aparecido Queiroz Duarte
UEMS - Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul-UEMS
marco@uems.br

Francisco Villarreal Alvarado
UNESP - Universidade Estadual Paulista Paulista "Júlio de Mesquita Filho".
francisco.villarreal@unesp.br

Resumo

Este trabalho apresenta de maneira sucinta aspectos estruturantes de sistemas baseados em regras fuzzy (SBRF), ferramentas matemáticas que utilizam a lógica fuzzy para encontrar respostas ou controlar algum tipo de problema. Para isso, apresenta-se uma metodologia baseada em um sistema de base de regras fuzzy para a avaliação da qualidade da água com dados fornecidos por uma empresa de abastecimento. O modelo proposto procurou estabelecer um conjunto de regras fuzzy baseado nas variáveis, cor aparente, potencial hidrogeniônico e turbidez, os resultados apresentados estão dentro dos padrões estabelecidos da potabilidade da água e são indicadores de tomadas de decisão sujeitas a avaliação de um especialista.
Palavras-chave: Lógica fuzzy. Qualidade da água. Modelo matemático baseado em regras fuzzy.

Abstract

This work presents succinctly structural aspects of fuzzy rules basead systems, mathematical tools that use the fuzzy logic to solve or control some type of problem. For this purpouse a fuzzy rules system based is presented for water quality evaluation with data provided by a water supply company. The proposed model sought to establish a set of fuzzy rules based on the variables, apparent color, hydrogenionic potential and turbidity. The presented results are within the established standards of water potability and are indicators of decision making subject to a specialist evaluation.
Keywords: Fuzzy logic. Water quality. Mathematical model based on fuzzy rules.

Artigo recebido em set. 2018 e aceito em fev. 2019.

1 Introdução

A teoria dos conjuntos fuzzy vem sendo utilizada e aperfeiçoada em diversas áreas do conhecimento, com resultados presentes no cotidiano. Em áreas normalmente ligadas a engenharia, a teoria dos sistemas fuzzy se expandiu com extrema rapidez. No final do século XX e início do XXI, várias áreas de cunho teórico passaram a utilizar conceitos fuzzy para justificar suas aplicações, principalmente na modelagem, avaliação, otimização, tomada de decisão, controle, diagnóstico e informação.

Os fundamentos da Lógica Fuzzy ou Lógica Nebulosa, foram desenvolvidos pelo engenheiro e cientista de sistemas Loft Askar Zadeh, professor na Universidade da Califórnia em Berkeley, na década de 1960, (ZADEH, 2015). Seising (2018), destaca que, para Zadeh, a lógica fuzzy era a base para computar com palavras em vez de números. Isso o próprio Zadeh enfatiza em um trabalho publicado em 1996 denominado fuzzy *Logic = Computing with Words*. A mesma foi inspirada pela notável capacidade humana de operar e raciocinar com informações baseadas em percepção: de tempo, distância, formas e outros atributos de objetos físicos e mentais.

Impulsionados por uma nova tendência, diversos trabalhos publicados em diferentes veículos de divulgação nos últimos anos apresentam a teoria dos conjuntos fuzzy aplicada a diferentes contextos. Para Cecconello, Silva e Bassanezi (2012), Kerr-Wilson e Pedrycz (2017) e Mendel (2018) a teoria fuzzy se destaca por ser uma importante ferramenta adequada a modelos matemáticos que permitem, dentro das aplicações, resolver problemas reais onde incertezas e indefinições aparecem com frequência. Ainda para estes autores, os fundamentos da lógica fuzzy envolvem a modelagem matemática, auxiliando na análise de importantes sistemas. Jafelice, Barros e Bassanezi (2005), descrevem um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF) como uma modelagem matemática que utiliza a lógica fuzzy para encontrar uma resposta a algum tipo de problema. Leite e Bassanezi (2011) e Diniz e Bassanezi (2013) destacam que os sistemas epidemiológicos, físicos e populacionais são essencialmente complexos, desta forma, por meio da lógica fuzzy é possível modelá-los usando regras semânticas que os tornam mais simples.

As pesquisas com SBRF constituem uma área relativamente recente e crescente. Cecconello, Silva e Bassanezi (2012) destacam que ainda não há tratamentos matemáticos completamente estabelecidos sobre esses sistemas, principalmente não lineares e acoplados, que é o caso dos epidemiológicos, físicos, populacionais e outros. Modelar sistemas contínuos dessa natureza se torna em muitos casos algo complexo. Uma das opções encontradas é desenvolver modelos linguísticos fuzzy em tempo discreto (BARROS; BASSANEZI, 2006).

Considerando a importância sobre o assunto, em (NEVES; DUARTE, 2018) é apresentada uma revisão detalhada e atual sobre a teoria dos conjuntos fuzzy e também relatos de trabalhos recentemente publicados em revistas de grande circulação científica, relacionados a diversas áreas. Os autores mostram que a lógica fuzzy tem sido amplamente aplicada a problemas das mais variadas áreas. Para isso fazem revisões em periódicos científicos especializados em lógica fuzzy. Porém, a produção na área de lógica fuzzy é relativamente intensa, diversos outros veículos de divulgação apresentam trabalhos envolvendo sempre uma área específica com aspectos da teoria da lógica fuzzy, tais trabalhos constituem atual e crescente de aplicações ligados a SBRF, como pode ser visto nos relatos a seguir.

Goularte et al (2018) apresentam um processo automático para avaliação de textos que se baseia em regras fuzzy sobre uma variedade de características extraídas para encontrar as informações mais importantes nos textos avaliados. Melin, Miramontes e Prado-Arechiga (2018) desenvolveram dois sistemas de inferência fuzzy para fins de classificação de doenças cardíacas, o primeiro para o nível de frequência cardíaca e o segundo para o perfil noturno do paciente. Nazari

et al (2018) propõem um Sistema de Apoio à Decisão Clínica (CDSS) baseados em regras fuzzy que auxilia nas análises de doenças cardíacas. O sistema desenvolvido foi implementado em um hospital em Teerã e os resultados mostram eficiência no diagnóstico.

Awan e Awais (2011) descrevem um modelo baseado em regras fuzzy para previsões climáticas. O modelo foi aplicado em dois cenários experimentais. O primeiro com um conjunto de dados menores, consistindo de 365 instâncias com 4 entradas e 8 eventos climáticos para desenvolver um sistema de inferência fuzzy. No segundo cenário a configuração experimental do sistema fuzzy desenvolvido foi aprimorada para um conjunto de dados maiores que consistem em mais de 2.500 pontos de dados, com 17 entradas e 10 eventos climáticos. O modelo proposto apresentou melhores resultados em comparação a método de redução da dimensionalidade baseado na análise de componentes principais.

Solesvik et al (2017) apresentam um projeto denominado Sistema de Suporte à Decisão Fuzzy (SSDF) que auxilia na seleção de entregas de cargas marítimas. Os autores também desenvolveram um método de dois estágios para correção da Base de Regras Fuzzy no caso de mudança da estrutura do vetor de entrada. Os resultados da simulação confirmam a eficácia e viabilidade da estrutura do SSDF desenvolvido com vetor de coordenadas de entrada variável, em particular, na prática marinha.

Aghaarabi et al (2013) desenvolveram um SBRF para avaliação da qualidade da água da cidade de Québec no Canadá foram montadas duas bases de regras separadas levando em conta dois aspectos, microbiano e físico-químico. As avaliações da qualidade da água é o resultado da agregação das regras usando um algoritmo fuzzy. O mecanismo de inferência proposto fornece uma ferramenta de apoio à decisão, que auxilia as políticas de gestão com base em centenas de registros de monitoramento da qualidade da água. A eficiência do modelo foi comprovado comparando com dados estatísticos sobre 52 amostras coletadas nas principais regiões da cidade.

Segundo a ANA (Agência Nacional de Águas), um dos maiores problemas deste século e das futuras gerações será manter a qualidade da água potável, elemento essencial para vida humana. Um relatório da ANA apresentado em 2017 mostra um quadro preocupante da disponibilidade e do uso dos recursos hídricos em todo território brasileiro. De acordo com este relatório, se nada for feito nestes próximos anos, cerca de 55% dos municípios poderão sofrer com a escassez dos recursos ainda neste século. O informativo da ANA destaca que a qualidade da água é muito pior nas regiões de grande concentração populacional. Além disso, para a ANA os desafios da gestão pública dos recursos hídricos são grandes e têm que estar focados essencialmente em dois quesitos: tratamento adequado do esgoto urbano e investimentos em sistemas de captação, tratamento, projetos educacionais sobre o uso racional e distribuição de água.

Com intuito de aferir a qualidade da água a ANA propôs um Índice de Qualidade das Águas (IQA) que atualmente é o principal indicador qualitativo usado no país. O IQA foi desenvolvido para avaliar a qualidade da água para o consumo humano, após o tratamento convencional. A avaliação do IQA é feita com base nos seguintes parâmetros: temperatura da água, pH, oxigênio dissolvido, resíduo total, demanda bioquímica de oxigênio, coliformes termotolerantes, nitrogênio total, fósforo total e turbidez.

Atendendo ao Decreto Federal n° 2.914/2011, a empresa Águas Guariroba, responsável pelo abastecimento de águas e tratamento do esgoto, disponibiliza para todos os seus clientes informações sobre a qualidade da água consumida na cidade de Campo Grande no Estado de Mato Grosso do Sul. Essas informações são divulgadas semestralmente e estão disponíveis em uma página da empresa na internet e em todos os postos de atendimento ao cliente. A empresa Águas Guariroba, pela política de qualidade da água, é responsável por aplicar as normas reguladoras que qualificam a água para o consumo humano no município.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo SBRF - Qualidade da Água capaz de auxiliar nas análises de qualidade da água utilizada para consumo humano em Campo Grande-MS. Serão abordados três aspectos físicos e químicos importantes que justificam a potabilidade da água: Cor Aparente, pH e Turbidez.

Para exposição do modelo e discussão dos resultados o trabalho foi organizado da seguinte maneira: Na segunda secção são apresentados de, maneira concisa, os fundamentos do SBRF que utilizam definições da lógica fuzzy em sua estrutura. Na terceira secção é apresentado o modelo SBRF/Qualidade da Água destacando a base de regras com os delimitadores fornecidos pela empresa e suas respectivas funções de pertinência para as variáveis, Cor Aparente, pH e Turbidez. Na quarta secção são apresentados e discutidos os resultados gerados na implementação computacional. Na conclusão, são destacados os pontos relevantes da aplicação e perspectivas para estudos futuros.

2 Sistema baseado em regras fuzzy - SBRF

Os SBRF têm sido utilizados com êxito em várias áreas como controle e automação, sistemas e identificação de padrões, otimização de sistemas, etc. Seu potencial se deve a sua simplicidade, intuitividade e, principalmente, interrelação com a forma de raciocínio humano, (SILVA; BASSANEZI, 2006). Normalmente os conceitos relacionados à incerteza são incorporados a esses sistemas. Leite e Bassanezi (2011) destacam que uma característica típica dos sistemas fuzzy é que eles são baseados no conceito de partição fuzzy das informações.

Os sistemas fuzzy são caracterizados por uma generalização dos sistemas clássicos. Produzindo uma espécie de relaxamento no conjunto imagem da função de pertinência representada por um conjunto foi que Zadeh (1965) formulou matematicamente, o que se estabeleceu como sendo um subconjunto fuzzy.

Um subconjunto fuzzy F do conjunto universo U é definido em termos de uma função de pertinência μ que a cada elemento $\mu(x)$, entre 0 e 1, chamado de grau de pertinência, associa uma variável de entrada x do domínio ao subconjunto fuzzy F. Dessa forma, F é sistematicamente representado por uma função $\mu_F : U \to [0,1]$, onde $\mu_F(x) = 1$ representa pertinência plena e $\mu_F(x) = 0$ a não pertinência do elemento x a F. Ou seja, F é um conjunto de pares ordenados de um elemento x genérico e seu grau de pertinência, expresso como $F = \{(x, \mu_F(x)|x \in U\}$. Assim, sendo U um conjunto e $F \subset U$, a função de pertinência de F é dada por:

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 1 & se \quad x \in F \\ 0 & se \quad x \notin F \end{cases} \text{ para todo x} \in U. \tag{1}$$

As funções de pertinência são normalmente representações gráficas que determinam a magnitude das entradas dos sistemas. As regras utilizam as funções de pertinência como fator peso para determinar sua influência na saída dos conjuntos fuzzy. Uma vez combinadas e ponderadas, estas funções são desfuzzificadas constituindo uma saída real (crisp) que conduz o sistema, (JAFELICE; BARROS; BASSANEZI, 2005). As funções de pertinência mais comuns são as triangulares, trapezoidais e gaussianas. Estas formas podem ser associadas com cada entrada e cada saída do sistema.

Os sistemas fuzzy utilizam soluções simples para resolver problemas de natureza complexa. Em vez de controlar e/ou modelar um processo através de relações complexas, um sistema fuzzy procura modelar o problema através de um conjunto simples de regras.

De acordo com Jafelice, Barros e Bassanezi (2005) os principais tipos de SBRF são o de Mamdani e o de Takagi-Sugeno. A característica principal do sistema tipo Mamdani é que tanto

a condição quanto a ação são expressas por termos linguísticos. Nos sistemas do tipo Takagi-Sugeno, apenas a condição é expressa por termos linguísticos e a ação, por funcionais. O sistema Mandani se destaca por ser mais intuitivo do que o Takagi-Sugeno, embora ambos sejam bastante utilizados em diversas pesquisas envolvendo SBRF.

Os SBRF, também denominados controladores fuzzy, possuem os seguintes componentes básicos: módulo de entrada (**fuzzicacão**), módulo de processamento, constituído por base de regras linguísticas e um método de **inferência**, e módulo de saída (**defuzzicacão**), como mostra a Fig. 1.

Na fase de **fuzzificação**, o sistema converte as variáveis reais (crisp) em variáveis linguísticas fuzzy, ou seja, é um mapeamento dos conjuntos dos números reais para o conjunto fuzzy.

A fase de **inferência** consiste na manipulacão da base de regras utilizando declarações "if-then"
($IF\langle$**Condição**$\rangle THEN\langle$**Ação**$\rangle$) e, ainda operações fuzzy tais como: união (operador *or*) $\mu_{A\cup B} = max(\mu_A(x), \mu_B(x))$, intersecção (operador *end*) $\mu_{A\cap B} = min(\mu_A(x), \mu_B(x))$ e negação $\mu_{\overline{A}}(x) = (1-\mu_A(x))$. A condição **IF** constitui uma região fuzzy no espaço das variáveis de entrada, enquanto que a ação **THEN** descreve uma conclusão, cuja inferência conduz a algum resultado. É

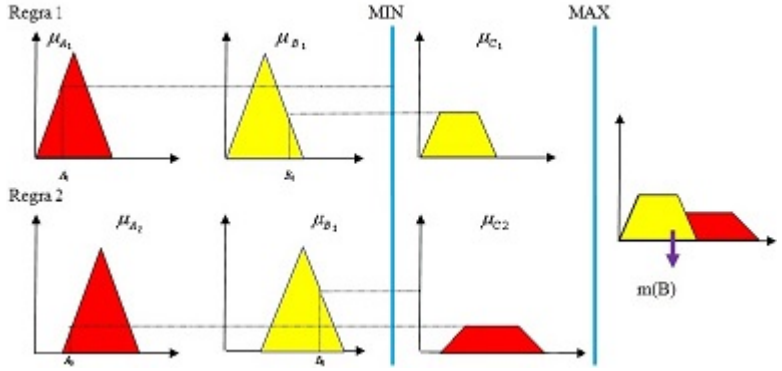


Figura 1: Controlador Fuzzy/ SBRF.

na definição da base de regras que as informações do fenômeno em estudo são utilizadas. Para cada estado definido pelos termos linguísticos da variável de entrada é definida uma regra. Sendo assim, quanto mais termos linguísticos, mais informações são incorporadas na modelagem. Normalmente, em um sistema fuzzy existem várias regras para descrever a ação necessária, ou seja, um conjunto de regras. As regras do sistema de inferência fuzzy representam as relações entre suas entradas e suas saídas, formando a base de conhecimento. Portanto, a base de regras é um conjunto formado por regras fuzzy que relacionam os termos linguísticos das variáveis de entrada e saída do sistema. Pode-se destacar que cada regra da base satisfaz a seguinte estrutura:

$$\textbf{IF } a \text{ está } A_i \textbf{ THEN } b \text{ está } B_i,$$

onde A_i e B_i são conjuntos fuzzy que representam termos linguísticos das variáveis de entrada e saída, respectivamente.

O termo a, que representa a entrada do sistema, está em A_i, e significa que $\mu_{Ai}(a) \in [0,1]$. Entretanto, A_i e B_i podem ser escritos como produtos cartesianos de conjuntos fuzzy, $A_i = A_{i1} \times A_{i2} \times A_{i3} \times ... \times A_{im}$ e $B_i = B_{i1} \times B_{i2} \times B_{i3} \times ... \times B_{in}$. Assim, cada par de conjuntos fuzzy (A_{ij},B_{ik}) representa um termo linguístico para a j-ésima variável de entrada e a k-ésima variável de saída. Portanto, dizer, que a está em A_i significa que

$$\mu_{A_i}(a) = min\{\mu_{A_{i1}}, \mu_{A_{i2}}, ..., \mu_{A_{im}}\} \in [0,1].$$

A relação existente entre variáveis linguísticas é caracterizada pelo operador mínimo (*min*), isto é, cada regra é considerada uma relação fuzzy R_i, onde o grau de pertinência para cada par (a,b) é obtido:

$$\mu_{R_i}(a,b) = min\{\mu_{A_i}(a), \mu_{B_i}(b)\}.$$

A relação estabelecida entre cada regra é caracterizada pelo operador máximo (*max*), ou seja, uma relação fuzzy R que representa o modelo determinado por uma base de regras, obtida pela união (máximo) de cada regra individual, de modo que para cada par (a,b) obtém-se:

$$\mu_R(a,b) = \max_{1\leq i\leq n}\{\mu_{Ai}(a) \wedge \mu_{Bi}(b)\},$$

sendo $\wedge$ o operador *min*. O sistema mostrado na Fig. 2 descreve uma ação correspondente, para cada conjunto A de dados de entrada, obtém-se um conjunto B de dados de saída. Assim, pelo método de Mamdani, a função de pertinência de B é representada por

$$\mu_B(b) = \max_{1\leq i\leq n}\{\max_a\{\mu_A(a) \wedge \mu_{Ai}(a)\} \wedge \mu_{Bi}(b)\},$$

sendo a um conjunto clássico unitário, com $\mu_A(a) = 1$ e $\mu_A(a) \leq 1$, obtendo:

$$\mu_B(b) = \max_{1\leq i\leq n}\{\mu_{Ai}(a) \wedge \mu_{Bi}(b)\}.$$

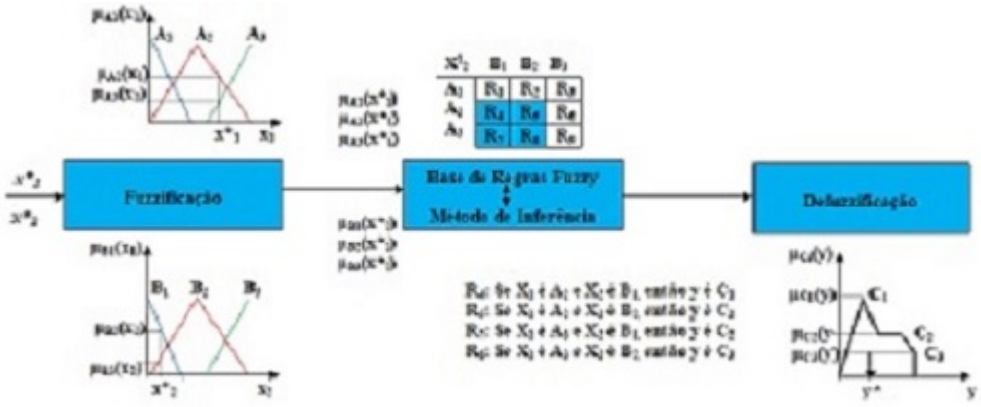


Figura 2: Método de inferência de Mamdani $(max - min)$ com duas variáveis de entrada e uma de saída.

O módulo de **defuzzificação** converte cada conclusão obtida pelo método de inferência em um número real que melhor representa a tomada de decisão. O valor de saída é calculado pelo somatório do produto entre o conjunto de entrada pelo seu respectivo grau de pertinência. Este resultado é dividido pelo somatório da pertinência para cada entrada, resultando na ação de controle. Um dos principais métodos de defuzzificação é o centróide, ou centro de massa, que para um conjunto no domínio discreto e no domínio contínuo as respectivas expressões são

$$m(B) = \frac{\sum_{i=1}^{n} b.\mu_B(b)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_B(b)} \quad \text{e} \quad m(B) = \frac{\int_{\mathbb{R}} b.\mu_B(b)db}{\int_{\mathbb{R}} \mu_B(b)db}. \tag{2}$$

Independente do caso discreto ou contínuo, o valor $m(B)$, calculado pela Equação (2), corresponde à projeção do centro de inércia da figura definida pelo conjunto de regras sobre o eixo da variável de controle. Neste caso o controlador fuzzy pode ser definido como sendo uma função $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$. Entretanto, para um número real de entrada só existe um único elemento correspondente na saída.

3 Aplicação do SBRF/qualidade da água

Para aplicação de um SBRF na análise da qualidade da água foram escolhidas as variáveis seguindo a política de qualidade da água determinada pela empresa Águas Guariroba, as quais garantem a potabilidade da água. Os dados são encontrados em http://www.aguasguariroba.com.br. Assim, as **variáveis de entrada** escolhidas para o SBRF foram: **Cor Aparente** (medida em UH - Unidade Hazen), **pH** (potencial Hidrogeniônico), ou seja, concentração de íons de Hidrogênio, **Turbidez** (causada pela presença de substâncias suspensas e coloidais, determinada pela quantidade de luz dispersada quando ela passa através de uma amostra e é medida em UT - Unidade de Turbidez, ou seja, unidades de cor). Além dessas três variáveis abordadas, outras poderiam ser utilizadas, tais como: cloro ativo, escherichia coli, nível de flúor, quantidade de coliformes fecais e totais.

A **variável de saída** é a **Potabilidade** da água com os termos linguísticos: boa, adequada e inadequada para o consumo.

As variáveis de entrada são apresentadas a seguir, suas respectivas funções de pertinências são do tipo trapezoidais, representadas da seguinte forma

$$Trap(x;a;m;n;b) = max\left\{0, min\left\{1, \frac{x-a}{m-a}, \frac{b-x}{b-n}\right\}\right\}.$$

Os delimitadores foram considerados e baseados nas informações dadas pela empresa supracitada. Nas Equações (3), (4) e (5) estão as informações fornecidas pela empresa sobre as variáveis de entrada usadas nesse trabalho, enquanto que nas Tabelas 1, 2 e 3 são definidas suas respectivas funções de pertinência.

$$\text{Cor Aparente} = \begin{cases} x \leq 5 & \text{boa} \\ 5 < x \leq 15 & \text{adequada} \\ x > 15 & \text{inadequada} \end{cases} \tag{3}$$

Tabela 1: Definição da função de pertinência da variáveis de entrada **cor aparente** seguindo as informações contidas na Equação (3).

Conjuntos	**Tipos**	**Delimitadores**
boa	trapezoidal	[-6 3 3 6]
adequada	trapezoidal	[3 5 15 17]
inadequada	trapezoidal	[13 17 30 34]

$$\text{PH} = \begin{cases} x < 6,0 & \text{inadequado baixo} \\ 6,0 \leq x \leq 9,5 & \text{adequado} \\ 6,5 \leq x \leq 8,5 & \text{bom} \\ x > 9,5 & \text{inadequado alto} \end{cases} \tag{4}$$

$$\text{Turbidez} = \begin{cases} x \leq 1 & \text{boa} \\ 1 < x \leq 5 & \text{adequada} \\ x > 5 & \text{inadequada} \end{cases} \tag{5}$$

Seguindo as informações da empresa Águas Guariroba, pode-se constatar que a qualidade da água é apropriada para o consumo humano quando a cor aparente e a turbidez se aproximam

Tabela 2: Definição da função de pertinência da variável de entrada **pH** dada pela Equação (4).

Conjuntos	Tipos	Delimitadores
inadequado baixo	trapezoidal	[-6 -5 5 6]
adequado	trapezoidal	[5 6 8,5 9,5]
bom	trapezoidal	[5,5 6,5 8 8,5]
inadequado	trapezoidal	[9 9,5 14 14,5]

Tabela 3: Definição da função de pertinência das variável de entrada **Turbidez**

Conjuntos	Tipos	Delimitadores
boa	trapezoidal	[-1,5 -0,5 0,5 1,5]
adequada	trapezoidal	[0,5 1,5 4,5 5,5]
inadequada	trapezoidal	[4,5 5,5 10 11]

.

de zero e o pH se mantém em torno de 7. Desta forma, o controle da qualidade da água para o consumo humano, deve ser rigoroso, com o intuito de prevenir doenças. Na tabela 4 estão os intervalos e as informações necessárias para tomada de decisão.

Tabela 4: Definição da função de pertinência da variável de saída **Potalidade** da água.

Conjuntos	Tipos	Delimitadores
inadequada	trapezoidal	[-0,5 -0,4 0,4 0,5]
adequada	trapezoidal	[0,4 0,5 0,7 0,8]
boa	trapezoidal	[0,7 0,8 1,2 1,3]

3.1 A Base de regras

A base de regras de um sistema fuzzy estabelece uma relação entre as variáveis independentes. Para melhor descrição destas regras foram organizadas três tabelas de dupla entrada fixando o pH nas linhas e a Turbidez nas colunas e variando a Cor Aparente em cada tabela e, como resultado, se tem as 36 combinações determinando as condições da variável dependente Qualidade da Àgua.

Tabela 5: Regras fuzzy quando a aparência da água é boa

Turbidez (T) / pH (H)	boa	adequada	inadequada
inadequado baixo	inadequada	inadequada	inadequada
adequado	adequada	adequada	inadequada
bom	boa	boa	inadequada
inadequado alto	inadequada	inadequada	inadequada

Nas tabelas 5, 6 e 7 são apresentadas as regras quando a aparência da água é boa, adequada e ina
dequada, respectivamente. Estas regras foram construídas seguindo as informações divulgadas

Tabela 6: Regras fuzzy quando a aparência da água é adequada

Turbidez (T) / pH (H)	boa	adequada	inadequada
inadequado baixo	inadequada	inadequada	inadequada
adequado	adequada	adequada	inadequada
bom	boa	adequada	inadequada
inadequado alto	inadequada	inadequada	inadequada

Tabela 7: Regras fuzzy quando a aparência da água é inadequada

Turbidez (T) / pH (H)	boa	adequada	inadequada
inadequado baixo	inadequada	inadequada	inadequada
adequado	inadequada	inadequada	inadequada
bom	adequada	adequada	inadequada
inadequado alto	inadequada	inadequada	inadequada

pela empresa Águas Guariroba, pela consulta a um especialista e adaptada de Jafelice, Barros e Bassanezi (2005).

Para obtenção da base de regras do sistema fuzzy, foram organizadas as 36 combinações entre os conjuntos fuzzy das três variáveis de entrada. A classificação para obter as combinações foram feitas intercalando os termos linguísticos de cada variável de entrada com grau de pertinência 1 a cada conjunto fuzzy considerado.

O método de inferência de Mamdani foi utilizado para o cálculo do valor numérico de saída de acordo com as Bases de Regras. Considerando que Cor Aparente = AP, potencial Hidrogeniônico = pH e Turbidez = T, a Qualidade da Água pode ser medida considerando os passos a seguir.

1º Passo: Calculando a ativação de cada regra:

$$R_i = \mu_{A_{1i}} \wedge \mu_{A_{2i}} \wedge \mu_{A_{3i}}, \quad \forall_i = 1, ..., 36.$$

Desta forma as ativações das três primeiras regras ficam:

R_1. Se (Aparência é Boa) e (pH é Inadequado Baixo) e (Turbidez é Boa) então (Potalidade é Inadequada)

R_2. Se (Aparência é Boa) e (pH é Adequado) e (Turbidez é Boa) então (Potalidade é Adequada)

R_3. Se (Aparência é Boa) e (pH é Bom) e (Turbidez é Boa) então (Potalidade é Boa)

Se o sistema tivesse considerando somente a ativação destas três regras as outras seriam nulas, ou seja, $R_i = 0$ para $i = 4, ..., 36$.

2º Passo: O conjunto fuzzy da Qualidade da Água é determinado através da união dos conjuntos fuzzy obtidos tomando o mínimo entre R_i e a função de pertinência da consequente da regra, ou seja,

$$\mu_{H_2O} = \bigcup_{i=1}^{36} (R_i \wedge \mu_{Q_i}), \tag{6}$$

onde $Q_i \in$ (boa, adequada e inadequada).

Para obter uma saída do sistema de inferência desenvolvido, considera-se uma Aparência igual a 15 UH, o pH de 7,0 e a Turbidez sendo 0 UT. Após a defuzzificação encontramos um

valor de 0,5 que qualifica a qualidade da água como adequada para o consumo, como pode ser visto a seguir no cálculo utilizando o método centróide discreto da equação (2). Na Fig.3 é apresentada a agregação das regras obtidas dessa ação.

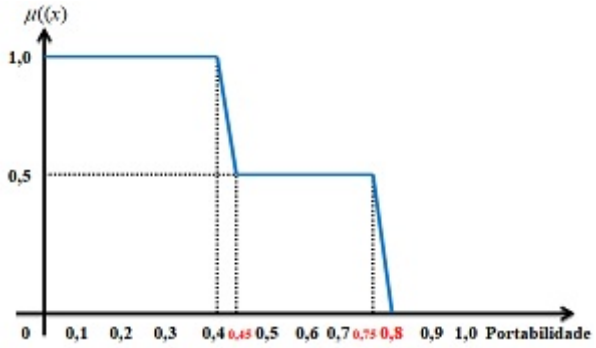


Figura 3: Controlador fuzzy/ SBRF.

$$\mu_{H_2O} = \frac{0,4\text{x}1 + 0,45\text{x}0,5 + 0,75\text{x}0,5 + 0,8\text{x}0}{1 + 0,5 + 0,5 + 0} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

O resultado $\mu_{H_2O} = 0,5$, implica em um $Q_i \in$ (adequada) conforme a Tabela 4.

Atendendo exigências da ANA, as empresas de abastecimento devem fornecer informações periódicas aos consumidores. Neste conjunto de normas as empresas precisam justificar suas análises com uma quantidade específica de amostras coletadas. Nas Tabelas 8 e 9 estão os resultados da última análise feita e divulgada pela empresa Águas Guariroba, demonstrando a qualidade da água.

Levando em conta a quantidade de amostras que devem ser coletadas e publicadas pela empresa, a aplicação do SBRF/Qualidade da água tem como objetivo tornar estas quantidades de dados mais apresentáveis para o consumidor e menos dispendiosas para a empresa.

Tabela 8: Amostras para Análises da Qualidade da Água - Novembro - 2017

Tipos de Análise	**Análises Obrigatórias**	**Análises Realizadas**	**Amostras dentro dos Padrões**
Turbidez	2407	3164	3150
pH	1900	2039	2039
Cor Aparente	2096	3227	3224

Fonte: Empresa Águas Guariroba - http://www.aguasguariroba.com.br/

Tabela 9: Informações sobre Qualidade da Água - Novembro - 2017

Parâmetros	**Amostras Realizadas**	**Amostras em Conformidade**	**Amostra em Desconformidade**	**Min.**	**Med.**	**Max.**	**Valor Permitido**
Turbidez	**3164**	**3150**	**14**	< 1	< 1	**7,8**	**5,0 uT na rede**
pH	**1895**	**1895**	**0**	**4,7**	**6,8**	**8,4**	**6,0 a 9,5**
Cor Aparente	**3164**	**3161**	**3**	< 10	< 10	**24**	**15mg/L Pt Co**

Fonte: Empresa Águas Guariroba - http://www.aguasguariroba.com.br/

4 Resultados e discussões

Utilizando a ferramenta fuzzy Logic Toobox do software MATLAB®, foi possível implementar computacionalmente o SBRF/Qualidade da Água. Gerando uma superfície e um mapa de contorno da representação do sistema em estudo.

Inseridas as 36 regras que formam a base de conhecimento do sistema, utilizando o Método de Inferência de Mamdani e o método de defuzzificação centro de gravidade (Centroide), obteve-se as superfícies dadas pelas Fig.4.a, Fig.5.a e Fig.6.a como solução do sistema fuzzy, com respectivos mapas de contorno exibidos nas Fig.4.b, Fig.5.b e Fig.6.b.

Tomando como exemplo para mostrar a eficiência do SBRF/Qualidade da Água construído são apresentados na Tabela 10 os resultados de 10 aferições para diferentes valores de Cor Aparente, pH e Turbidez. Realizando uma análise com a função de pertinência da saída e com seus respectivos graus de pertinência é possível caracterizar cada aferição dentro do conjunto fuzzy (Inadequado e Adequado) justificando uma tomada de decisão.

Tabela 10: Resultado do SBRF/Qualidade da Água para 10 aferições.

Variáveis de Entrada			Variável de Saída	Qualidade da Água
Cor Aparente	Turbidez	pH	Potabilidade	—Inadequada— Adequada— Boa—
2,16	8,25	8,73	0,223	Inadequada
15	7	5	0,385	Inadequada
3,96	7	5	0,5	Adequada
3,96	5,68	5	0,43	Inadequada
4,4	5,89	5,95	0,223	Inadequada
12,5	6,44	5,15	0,334	Inadequada
5,3	6,72	2,06	0,643	Adequada
2,46	7,91	1,87	0,726	Boa
2,91	10,7	9,08	0,223	Inadeqada
15	7	0	0,5	Adequado

Nas Figs. 4.a, 5.a e 6.a, as regiões no plano pH x Cor Aparente, pH x Turbidez e Turbidez x Cor Aparente, respectivamente, estabelecem os maiores e menores valores do SBRF/Qualidade da Água descrevendo cenários distintos para tomada de decisão do analista. A coloração das figuras representam as áreas com valores diferenciados que identificam as faixas da qualidade da água.

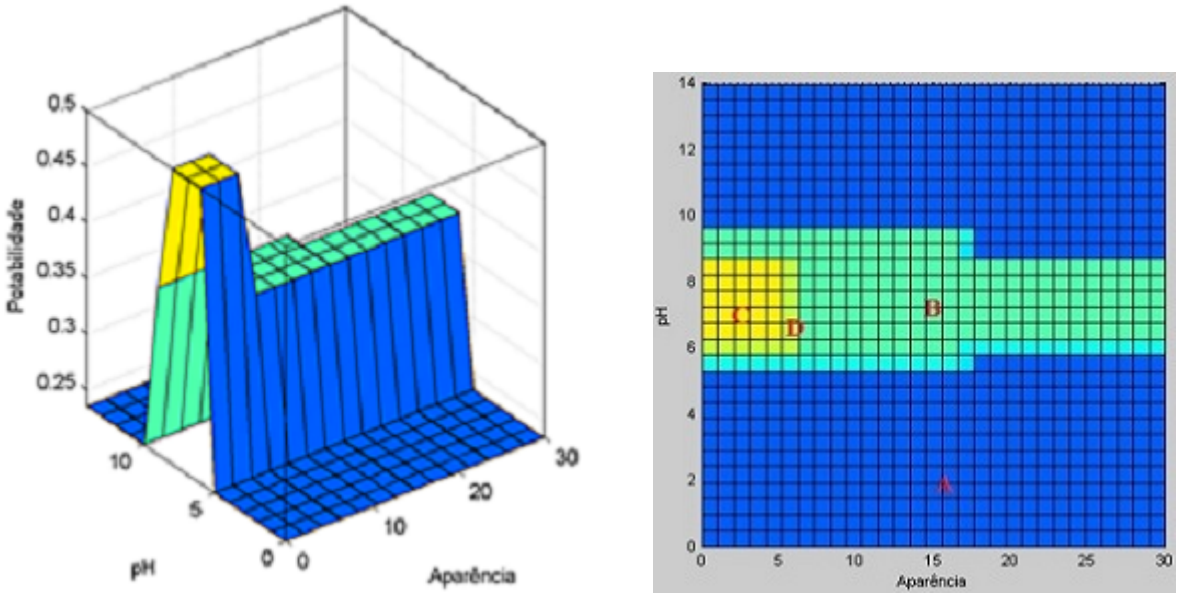
Na Fig.4 a região C especificada, representa a faixa de melhor qualidade da água enquanto as outras regiões A, B, e D são classificadas como inadequadas, necessitando de uma análise mais precisa para justificar tais condições.

Analogicamente, na Fig.5 tem-se os valores melhores para qualidade da água na faixa H quando o pH fica em torno de 7 e a Turbidez se aproxima de zero (0). As outras faixas E, F e G são indicadores de tomada de decisão.

Na Fig.6, tem-se uma configuração da faixa da qualidade da água representada pela letra L, as condições são favoráveis quando a Cor Aparente está no intervalo entre 0 e 15 e a Turbidez entre 0 e 5. As demais regiões I, K e J serão consideradas adequadas dependendo das variações feitas no pH que é um fator importante nestas análises.

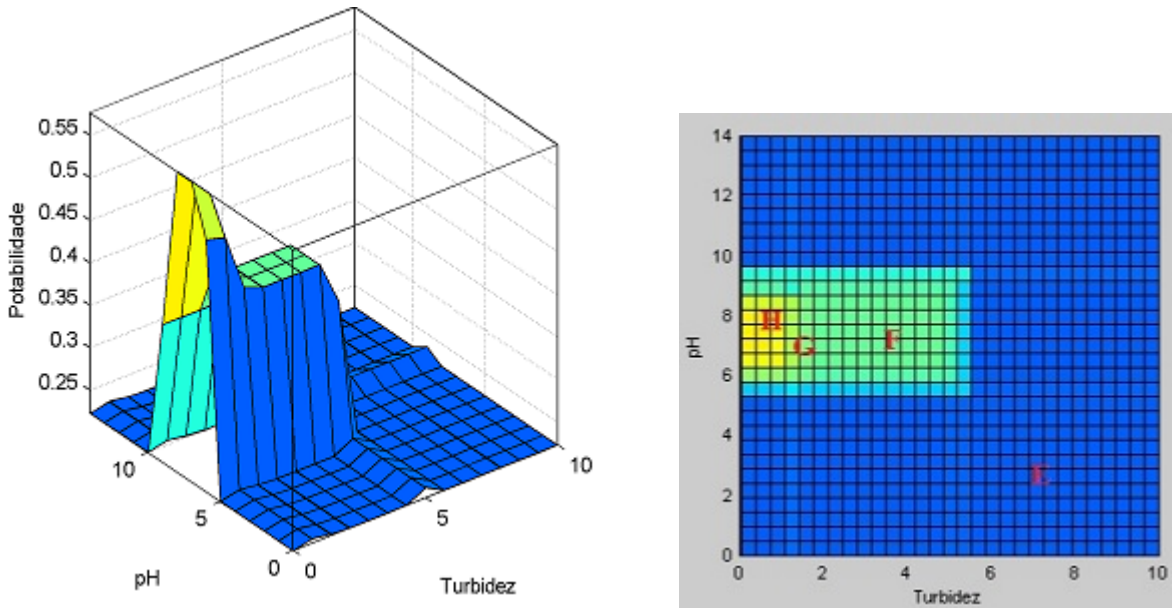
Nas Figs. 4.b, 5.b e 6.b estão representadas as superfícies geradas pelo método de inferência. Tais figuras apresentam uma repetição de cores distintas em diferentes valores da Cor Aparente, pH e Turbidez e essa coloração é o resultado do confronto com o eixo da potabilidade que toma

como base o intervalo de 0,5 a 0,7 que caracteriza uma condição adequada para qualidade da água. Este pequeno intervalo implica diretamente nas ações que deverão ser tomadas para que a água esteja dentro dos padrões de consumo.



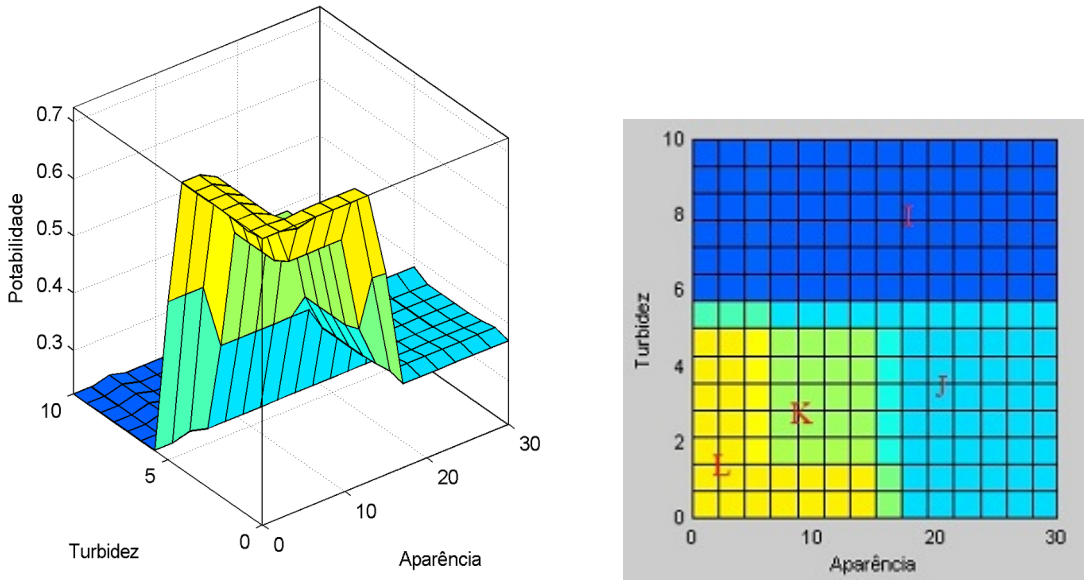
(a) Superfície (pH, Aparência, Potabilidade) (b) Mapa de contorno (pH, Aparência)

Figura 4: Relação entre as variáveis de entrada e saída (pH, Aparência, Potabilidade)



(a) Superfície (pH, Turbidez, Potabilidade) (b) Mapa de contorno (pH, Turbidez)

Figura 5: Relação entre as variáveis de entrada e saída (pH, Turbidez, Potabilidade)



(a) Superfície (Turbidez, Aparência, Potabilidade)

(b) Mapa de contorno (Turbidez, Aparência)

Figura 6: Relação entre as variáveis de entrada e saída (Turbidez, Aparência, Potabilidade)

5 Conclusão

Neste trabalho foi apresentado um SBRF para análise da qualidade da água fornecida a um município brasileiro.

Muitas empresas estão implementando ferramentas precisas e práticas para acelerar o processo de tomada de decisões. Nesse sentido, empresas que lidam com tratamento de água não são exceções. Em alguns casos a utilização desses meios são mais atrativos economicamente e impactam diretamente na saúde e no bem estar dos seres humanos. Quando se trata em qualidade da água, os profissionais podem prescrever vários testes para diagnosticar problemas na análise da água, enquanto que muitos desses testes podem nem ser necessários. Assim, um SBRF empregado sobre uma variedade de características extraídas poderá ser útil para avaliação.

O SBRF/Qualidade da água se mostrou sensível à técnica de avaliação por amostragens, ou seja, os dados coletados sobre as variáveis Cor aparente, pH e Turbidez dependem de métodos e análises de especialistas para serem implementados.

O SBRF/Qualidade da água têm o propósito de avaliar as condições da água fornecendo indicadores que possam contribuir economicamente para a empresa e dar informações a seus usuários. O sistema desenvolvido neste trabalho é de fácil implementação e fornece um método quantitativo capaz de auxiliar no processo de tratamento da água.

Como alternativa de apresentar resultados via internet, nas contas impressas e na central de atendimento ao consumidor, o sistema SBRF/Qualidade da água poderá ser conectado a uma planilha eletrônica para armazenar os dados de entrada dos valores das variáveis e fornecer o diagnóstico final do sistema.

As perspectivas futuras são de continuar os estudos com a finalidade de trabalhar com mais variáveis que influenciam na qualidade da água, consequentemente construindo uma base de regras ainda maior. Para tornar o sistema mais robusto, a proposta seria criar um método híbrido que articule técnicas que ajudem a potencializar o modelo nas tomadas de decisões.

6 Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

7 Referências Bibliográficas

AGHAARABI, E. et al. A fuzzy rule-based approach for water quality assessment in the distribution network. In: JOINT IFSA WORLD CONGRESS AND NAFIPS ANNUAL MEETING, 2013, Edmonton, CA. **Proceedings**... Edmonton, CA: IEEE, 2013, p. 1149-1154.

AWAN, M. S. K.; AWAIS, M. M. Predicting weather events using fuzzy rule based system. **Applied Soft Computing**, v. 11, n. 1, p. 56-63, 2011.

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. Campinas: UNICAMP/IMECC, 2006.

CECCONELLO, M. S.; SILVA, J. D. M.; BASSANEZI, R. C. **Sistemas dinâmicos fuzzy:** modelagens alternativas para sistemas biológicos. São Carlos: SBMAC, 2012.

DINIZ, M. M.; BASSANEZI, R. C. Problema de controle ótimo com equações de estado p-fuzzy: programação dinâmica. **Biomatemática**, v. 23, p. 33-42, 2013.

GOULARTE, F. B. et al. A text summarization method based on fuzzy rules and applicable to automated assessment. **Expert Systems With Applications**, v. 115, p. 264-275, 2019.

JAFELICE, R. S. M.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. **Teoria dos conjuntos fuzzy com aplicações**. São Paulo: Plêiade, 2005.

KERR-WILSON, J.; PEDRYCZ, W. Some new qualitative insights into quality of fuzzy rule-based models. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 307, p. 29-49, 2017.

LEITE, J.; BASSANEZI, R. C. Descrição de processos difusivos utilizando apenas base de regras. **Biomatemática**, v. 21, p. 1-12, 2011.

MELIN, P.; MIRAMONTES, I.; PRADO-ARECHIGA, G. A hybrid model based on modular neural networks and fuzzy systems for classification of blood pressure and hypertension risk diagnosis. **Expert Systems with Applications**, v. 107, p. 146-164, 2018.

MENDEL, J. M. Explaining the performance potential of rule-based fuzzy systems as a greater sculpting of the state space. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 26, n. 4, p. 2362-2373, 2018.

NAZARI, S. et al. A fuzzy inference- fuzzy analytic hierarchy process-based clinical decision support system for diagnosis of heart diseases. **Expert Systems with Applications**, v. 95, p. 261-271, 2018.

NEVES, E. P.; DUARTE, M. A. Q. Sistema baseados em regras fuzzy: um panorama atual. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 5., 2018, Bauru. **Caderno de trabalhos completos e resumos**... Bauru: Unesp, Faculdade de Ciências, 2018. p. 299-305. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1-8SZZnioKApdmQG6BaOTltJARzfwAB9P/view>. Acesso em:10 nov. 2018.

SEISING, R. Lotfi Aliasker Zadeh (1921-2017)- his life and work from the perspective of a historian of science. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 331, p. 3-11, 2018.

SILVA, J. D. M.; BASSANEZI, R. C. Pontos estacionários: I. sistemas dinâmicos p-fuzzy unidimensionais. **Biomatemática**, v.16, p. 65-88, 2006.

SOLESVIK, M. et al. Fuzzy decision support systems in marine practice. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 2017, Naples, Italy. **Proceedings**... Naples, Italy: IEEE, 2017.

ZADEH, L. A. Fuzzy logic: a personal perspective. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 281, p. 4-20, 2015.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338-353, 1965.