

Revista Eletrônica Paulista de Matemática

> ISSN 2316-9664 Volume 14, fev. 2019 Edição Ermac

Rafael Ramos de Souza

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" rr.souza@live.com

Antonio Roberto Balbo

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" antonio.balbo@unesp.br

Leonardo Nepomuceno

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" leo@feb.unesp.br

Um método de pontos interiores/exteriores aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo para um sistema térmico-eólico

An interior/exterior point method applied to the optimal power flow problem for a wind-thermal system

Resumo

Neste trabalho um modelo probabilístico de fluxo de potência ótimo térmico-eólico é investigado com o objetivo da minimização dos custos operacionais de geração. Casos particulares deste modelo para os sistemas de 6, 9 e IEEE 14 barras são solucionados através do método de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificado, com o auxílio da função de distribuição de probabilidade de Weibull. Esta função é utilizada para o tratamento da incerteza da velocidade do vento e cálculo do custo da geração eólica. O método e a função de probabilidade foram implementados através do software Matlab para a resolução dos casos citados e a realização de uma comparação entre os resultados obtidos para os custos de geração dos sistemas termelétricos e térmicos-eólicos. O trabalho convalida a utilização de um método determinístico ao modelo investigado, o qual, na literatura é solucionado por métodos heurísticos ou pacotes computacionais.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo. Energia Eólica. Função de distribuição de probabilidade de Weibull. Método de pontos interiores/exteriores.

Abstract

In this paper a probabilistic model for wind-thermal optimal power flow problem is investigated aiming at minimizing generation costs. Specific cases involving systems with 6 and 9 buses, as well as the IEEE 14-bus test system, are solved using the modified logarithmic barrier interior/exterior points method, and the Weibull probability distribution function. This function is used for handling wind speed uncertainties and for the calculation wind power generation costs. The method and the probability distribution function were implemented using MatLab language to solve the cases studied and to carry out a comparison between the results obtained for thermal generating costs and wind-thermal costs. The results validate the use of a deterministic method for solving the investigated model, which is generally solved by heuristic methods or computational packages, in the literature. Keywords: Optimal Power Flow. Wind Energy. Weibull probability distribution function. Interior/exterior point method.



1 Introdução

De acordo com [1], a matriz elétrica mundial possui aproximadamente 76% de sua geração através de fontes não renováveis, sendo principalmente por combustíveis fósseis tais como, carvão (38, 3%), óleo (3, 7%) e gás natural (23, 1%), em termelétricas. Atualmente, países que possuem uma matriz elétrica semelhante à mundial, buscam reduzir a dependência dessas fontes, visando uma maior diversificação da matriz, além das reduções de impactos ambientais.

No Brasil, ainda de acordo com [1], aproximadamente 82% da energia elétrica produzida vem de fontes renováveis, sendo 65,2% hidráulica. Solar e eólica representam 6,9% do total. Segundo [2], em relação à geração eólica, o país vem tendo maiores investimentos no setor, e atualmente, o Brasil está na 8ª posição mundial de geração eólica, liderada pela China. Para o nosso país, a energia gerada a partir dos ventos é uma ótima alternativa para períodos de seca, pois de acordo com [3], existe uma complementariedade sazonal entre os regimes naturais de vento e as vazões naturais hídricas, com isso em períodos de pouca chuva, em que os reservatórios das hidrelétricas ficam baixos, ao invés de se utilizar as termelétricas para cumprir a demanda de energia elétrica, é possível a utilização da energia eólica, tendo como vantagem uma energia mais barata e limpa.

Outra vantagem que [3] apresenta é que, nosso sistema de transmissão de energia elétrica é interligado, sendo os maiores centros de geração e consumo localizados na região Sudeste. As regiões Nordeste e Sul encontram-se nas extremidades do sistema de transmissão, distantes dos principais centros de geração, com isso a distância favorece a perda de potência ativa nas linhas de transmissão. Porém nessas regiões afastadas, através de estudos da variação e velocidade do vento, constatou-se um grande potencial eólico, com isso é possível aproveitar a energia produzida através dos ventos para atender a demanda dessas.

Um dos desafios na utilização da energia eólica em sistemas elétricos de potência (SEP), está na incerteza da velocidade do vento. Por isso, é necessária a realização de estudos locais da variação e velocidade do vento para determinar a viabilidade da implantação de usinas eólicas, que são compostas por um conjunto de turbinas eólicas dispostas em uma mesma área.

Segundo [3], para tratar a incerteza da ocorrência e velocidade do vento, a distribuição de probabilidade de Weibull é a mais usual e apresenta melhor aderência aos casos mais variados de regimes de vento. Através da Função de distribuição de probabilidade de Weibull (FDPW), com dois parâmetros, é possível determinar a probabilidade de ocorrência do vento em determinada região, sendo que um deles, o fator de forma, é apresentado nos mapas do potencial eólico brasileiro em escala de cor, para melhor identificação da região que se está estudando, o outro parâmetro é calculado em função deste e da média de velocidade da região considerada.

Um dos objetivos deste trabalho é o de investigar a influência da utilização da energia eólica, em comparação com a energia termelétrica, em um SEP, representadas em um problema de fluxo de potência ótimo (FPO).

Originalmente, o FPO busca otimizar algum critério de desempenho de um sistema elétrico de potência, sujeito ao atendimento das demandas de potência ativa e reativa em cada barra do sistema e de restrições operacionais dos sistemas de geração e transmissão.

O problema de FPO, que considera o atendimento de restrições operacionais do sistema de geração é denominado Despacho Econômico (DE), caso particular do FPO, que calcula a geração de potência ativa necessária para o atendimento de uma determinada demanda, buscando otimizar os custos dessa geração. Na literatura centenas de trabalhos foram propostos para resolver o DE e o FPO, dos quais citamos alguns, importantes para o desenvolvimento deste trabalho.



Em [4] é utilizado um método determinístico primal-dual de pontos interiores e exteriores aplicado ao problema de DE, com ponto de carregamento de válvula e representação da transmissão, para o cálculo dos custos de geração. Com a inserção dos pontos de carregamento de válvula na função custo, esta é considerada em uma função valor absoluto senoidal, e para a aplicação do método, que utiliza derivadas de primeira e segunda ordens, o autor utiliza estratégias de correção de inércia e suavização hiperbólica.

Existem também problemas de DE, tratados de forma determinística e com suavização de funções em [5] e [6], que visam maximizar a produção de energia, minimizando a emissão de poluentes. Esses casos inserem-se em problemas de otimização multiojetivos, que surgiram com a preocupação das questões ambientais, para os quais, o objetivo não era apenas em gerar energia, principalmente através das termelétricas, mas também reduzir a emissão de CO_2 na atmosfera.

Para o sistema de transmissão, denominado problema de FPO Reativo (FPOR), a potência ativa gerada é fixa, calculada a partir de um DE, e as variáveis são os controles reativos que visam uma melhor transmissão da energia. Em [7] é desenvolvido e apresentado a aplicação do método utilizado neste trabalho, para a resolução de um FPOR, com o objetivo de minimizar as perdas na transmissão de energia. Outros autores, tais como em [8], também resolvem o FPOR de maneira determinística.

Atualmente, tem-se trabalhos divulgados na literatura em que o FPO, é solucionado de maneira determinística ou heurística, para sistemas térmico-eólicos. Para estes sistemas, a inserção de geração eólica torna o problema probabilístico, devido a incerteza da velocidade do vento, logo a geração também torna-se incerta. Para o tratamento dessa incerteza é utilizada na literatura a FDPW. Alguns trabalhos inseridos neste contexto, importantes para a realização deste, são citados a seguir.

Em [9] é resolvido um DE para um sistema térmico-eólico com o objetivo de minimizar os custos de geração. O autor propõe uma transformação da FDPW para a saída da probabilidade de ocorrência da geração eólica, ao invés da probabilidade de ocorrência do vento. Esta função transformada é inserida na função objetivo juntamente com a função de custo dos geradores convencionais. O método de resolução utilizado pelo autor utiliza o toolbox de otimização inserido no software Matlab.

Em [10] é proposto um modelo de FPO com sistema térmico-eólico, com o objetivo de minimizar a emissão de poluentes na atmosfera, os custos da geração convencional e eólica são inseridos como restrição do problema, com um limitante superior para esses. Os autores também utilizam a transformação da FDPW proposta em [9] no cálculo da geração e na determinação dos custos. O método de resolução utilizado é uma heurística baseada na dinâmica de bactérias.

Em [11] é apresentado um modelo de FPO, baseando-se em [7] e [9], para um sistema térmico-eólico, e discutida a viabilidade da FDPW, para o tratamento da incerteza de geração de potência eólica deste. O modelo proposto em [11] é mais complexo que aquele solucionado em [7], desde que, o problema de FPO considerado neste é ativo/reativo e probabilístico, por considerar a inserção de geração de potência eólica ao sistema de geração. Neste modelo, são consideradas as potências ativa geradas para o cálculo dos custos de geração do sistema, bem como as magnitudes e ângulos de tensão e os *taps* dos transformadores, para atender a demanda em cada barra e consequentemente, minimizar as perdas na transmissão.

O principal objetivo deste trabalho, que o diferencia do realizado em [11], relaciona-se à proposição de uma metodologia determinística, envolvendo o método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada (PDPIEBLM) e a FDPW, para solucionar o pro-

SOUZA, R. R. de; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um método de pontos interiores/exteriores aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo para um sistema térmico-eólico. **C.Q.D.– Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 14, p. 214-229, fev. 2019. Edição Ermac. DOI: 10.21167/cqdvol14ermac20192316966rsarbln214229 Disponível em: https://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/



blema de FPO térmico-eólico proposto em [11]. A metodologia proposta garante a determinação de, pelo menos, uma solução de mínimo local para a minimização dos custos na geração termelétrica e eólica dos problemas investigados. Os resultados obtidos mostram a importância de se considerar a inserção da geração eólica no sistema de geração, devido à redução de custos verificada para cada sistema solucionado.

Neste trabalho, na Seção 2 é apresentada a FDPW e o modelo de FPO utilizado. Na Seção 3 apresenta-se o método PDPIEBLM com procedimento previsor-corretor e o algoritmo do método. Os resultados dos testes realizados com os sistemas de 6, 9 e IEEE 14 barras são apresentados na Seção 4. As conclusões do trabalho na Seção 5, e as referências utilizadas na Seção 6.

2 O problema de FPO para um sistema térmico-eólico

Nesta seção é apresentada a FDPW, que calcula a probabilidade de ocorrência do vento em determinada região, e uma transformação da FDPW (TFDPW), proposta em [9], utilizada para o cálculo dos custos da geração eólica.

É apresentado também o modelo de FPO utilizado para a resolução dos sistemas elétricos utilizados neste trabalho.

No problema de FPO considerado, uma das variáveis de otimização é a potência ativa gerada pelos geradores térmicos e eólicos. No caso da geração eólica é calculado um valor ótimo de geração eólica que atenda a demanda do sistema, porém como temos a velocidade do vento como uma variável aleatória, a TFDPW calcula a probabilidade de ocorrência da geração eólica demandada. Assim o problema de FPO busca o calculo da geração eólica que atenda a demanda de acordo com a probabilidade de ocorrência dessa geração no local determinado.

2.1 A função de distribuição de probabilidade de Weibull

A FDPW, apresentada em [9], caracteriza o perfil da velocidade do vento, que é uma variável aleatória do problema, tornando a geração eólica no sistema também aleatória.

No caso da geração termelétrica é possível gerar o quanto foi estipulado pelo despacho e assim calcular o custo dessa geração, já na geração eólica os custos são calculados a partir de uma estimativa de energia eólica disponível, ou média, com a energia eólica programada pelo despacho.

A seguir temos a definição da FDPW, de acordo com [9]:

$$f_{\nu}(\nu) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{\nu}{c}\right)^{(k-1)} (e)^{-\left(\frac{\nu}{c}\right)^{k}}, 0 < \nu < \infty$$
(1)

em que:

- v Velocidade do vento;
- *c* Fator de escala em um determinado local, relacionado com a velocidade média, que qualifica a velocidade do vento;
- *k* Fator de forma em um determinado local, referente à uniformidade da distribuição dos valores da velocidade do vento.

SOUZA, R. R. de; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um método de pontos interiores/exteriores aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo para um sistema térmico-eólico. **C.Q.D.- Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 14, p. 214-229, fev. 2019. Edição Ermac. DOI: 10.21167/cqdvol14ermac20192316966rrsarbln214229 Disponível em: https://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/



Para expressar a variável de potência eólica (P_{G_j}) , relativa ao gerador eólico $(j \in G_E)$, em função da velocidade do vento (v), consideram-se as restrições físicas da turbina eólica, relativas à velocidade inicial, velocidade nominal e velocidade de corte do vento(ver Figura 1), tal que a geração em função da velocidade do vento é definida como segue,

$$P_{G_j} = \begin{cases} 0, & \text{para } v < v_i \text{ e } v > v_0 \\ P_n \frac{(v - v_i)}{(v_r - v_i)} & \text{para } v_i \le v \le v_r \\ P_n & \text{para } v_r \le v \le v_0 \end{cases}$$
(2)

em que:

- P_n Potência nominal;
- *v_i* Velocidade inicial do vento para início da geração da turbina eólica;
- v_r Velocidade nominal do vento, à qual associa-se a potência nominal P_n da turbina eólica;
- v_0 Velocidade de corte do vento, à qual cessa a produção de potência da turbina eólica.

Observa-se que a velocidade do vento é considerada em m/s, enquanto que a potência eólica é considerada em MW/h.

A Figura 1 mostra a interpretação gráfica da Função (2).



Figura 1: Saída de potência ativa eólica em função da velocidade do vento.

Nos resultados veremos cenários para o caso da velocidade do vento entre $v_i e v_r$ e no caso entre $v_r e v_0$. Porém, como a velocidade é incerta não podemos atribuir um valor pré-definido para esta, então, para calcular a probabilidade de ocorrência de uma saída de potência eólica é utilizada a TFDPW, proposta em [9], e definida em (5), calculada a partir de uma mudança de variável em (2) e aplicada em (1). A função transformada é em função da potência ativa eólica determinada no despacho de geração e calcula a potência eólica disponível ou média, a ser considerada para o atendimento da demanda. Com esta é possível determinar os custos da geração eólica. Para reduzir os custos é necessário que a potência eólica programada no despacho (P_{G_j}) seja próxima da probabilidade de ocorrência da potência eólica média (P_G^{Av}) , como pode ser observado em (9) e (10).

Para as porções discretas da variável aleatória de saída de potência eólica temos as Equações (3) e (4),

SOUZA, R. R. de; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um método de pontos interiores/exteriores aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo para um sistema térmico-eólico. **C.Q.D.- Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 14, p. 214-229, fev. 2019. Edição Ermac. DOI: 10.21167/cqdvol14ermac20192316966rrsarbln214229 Disponível em: https://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/



$$\Pr\{P=0\} = F_{\nu}(\nu_i) + (1 - F_{\nu}(\nu_0)) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\nu_i}{c}\right)^k\right) + \exp\left(-\left(\frac{\nu_0}{c}\right)^k\right)$$
(3)

$$\Pr\{P = P_n\} = F_v(v_0) - F_v(v_r) = \exp\left(-\left(\frac{v_r}{c}\right)^k\right) - \exp\left(-\left(\frac{v_0}{c}\right)^k\right)$$
(4)

Para o intervalo contínuo de v_i a v_r , a transformação da FDPW assume a forma expressa por (5),

$$f_W(P) = \frac{k l v_i}{c} \left(\frac{(1+\rho l) v_i}{c} \right)^{(k-1)} \exp\left(-\left(\frac{(1+\rho l) v_i}{c}\right)^k\right)$$
(5)

em que

$$\rho = \frac{P}{P_n}$$
Razão da produção de energia eólica pela potência nominal;

$$l = \frac{v_r - v_i}{v_i}$$
Proporção da faixa linear da velocidade do vento para a velocidade de corte.

A TFDPW é explorada para a definição de parâmetros de custo do modelo a ser visto na Seção 2.2, bem como junto ao método apresentado na seção 3, os quais estabelecem uma metodologia determinística à resolução de problemas de FPO Probabilístico (FPOP).

2.2 O modelo de FPOP

O modelo de FPO apresentado neste trabalho é baseado em um modelo de FPOR clássico, o qual foi utlizado em [7], uma das diferenças é que no modelo tratado em [7] por ser um FPOR a função objetivo minimiza as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão do sistema e as variáveis do problema são as variáveis de controle reativo como: as magnitudes e os ângulos de tensão e os taps dos transformadores. A parte ativa do problema, relacionada com a geração de potência ativa é fixa e um dado do problema de FPOR. Neste caso a geração foi calculada por um DE, que é um caso particular do FPO, ligado a parte ativa, que corresponde a geração dos sistemas.

Neste trabalho por termos a inserção da geração eólica, a parte ativa deixa de ser um dado do problema e torna-se uma variável do problema, sendo assim deixa de ser um FPOR apenas, tornando-se um modelo de FPO Ativo/Reativo (FPOAR), e sua função objetivo agora busca minimizar os custos de geração termelétrica e eólica, além de otimizar as perdas na transmissão com o cálculo das variáveis de controle reativo.

Outra diferença é que com a geração de potência ativa variável, está torna-se uma restrição do problema, com limites mínimo e máximo, assim como as variáveis de controle reativo. E para as restrições do problema aplicadas as barras de geração, foram determinados dois conjuntos, dos geradores termelétricos e dos geradores eólicos.

Para o cálculo dos custos da geração eólica é utilizada uma transformação da FDPW, vista em (5), a qual foi utilizada em [9], para o cálculo dos custos de geração eólica de um modelo de DE. Neste caso os autores tinham como objetivo minimizar os custos da geração atendendo a uma certa demanda do sistema, neste trabalho também minimizamos os custos de geração, mas o atendimento da demanda é feita por barra, por considerar os fluxos de potência ativa e reativa nas restrições do problema.



A FDPW também é utilizada em [10], neste caso os autores calculam os custos de geração termelétrica e eólica inserindo no modelo de FPO uma restrição de desigualdade com um custo máximo, tendo como função objetivo a minimização das emissões de poluentes. Outra diferença para este trabalho é que os autores adicionam uma restrição para a potência ativa eólica com um limite máximo, além da restrição de potência ativa das termelétricas. No trabalho proposto temos apenas uma restrição de potência ativa com limites mínimo e máximo, diferenciando os geradores por conjuntos.

Nestes casos, e neste trabalho, em que foi utilizada a FDPW, o FPO torna-se probabilístico, sendo assim, o modelo apresentado é um modelo de FPOP.

O modelo de FPOP apresentado, matematicamente é um problema de otimização não-linear, não convexo, com variáveis contínuas e de grande porte. As variáveis do problema são as potências ativas (P_G) das barras de geração termelétricas e eólicas, as magnitudes de tensão (V), os ângulos de tensão nas barras (θ) e os *taps* dos transformadores em-fase (t). A seguir é definido o modelo FPOP.

$$\text{Minimizar}\sum_{i \in G_{T}} C_{T_{i}}(P_{G_{i}}) + \sum_{j \in G_{E}} \left[C_{E_{j}}(P_{G_{j}}) + C_{P_{j}}(P_{G_{j}}^{A\nu} - P_{G_{j}}) + C_{R_{j}}(P_{G_{j}} - P_{G_{j}}^{A\nu}) \right]$$
(6a)

Sujeito a:
$$\sum_{m \in \Omega_k} P_{km} - P_{G_k} + P_{C_k} = 0, \forall k \in G_T \cup G_E \cup C$$
(6b)

$$\sum_{k\in\Omega_k} Q_{km} - Q_{G_k} + Q_{C_k} - Q_k^{sh} = 0, \forall k \in C$$
(6c)

$$P_{G_k}^{min} \le P_{G_k} \le P_{G_k}^{max}, \forall k \in G_T \cup G_E$$
(6d)

$$Q_{G_k}^{min} \le Q_{G_k} \le Q_{G_k}^{max}, \forall k \in G_T \cup G_E$$
(6e)

$$V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max}, \forall k \in B$$
(6f)

$$t_{km}^{min} \le t_{km} \le t_{km}^{max}, \forall k, m \in T$$
(6g)

em que:

n

Índices:

k,m Barras inicial e final, respectivamente, de um ramo do sistema.

Conjuntos:

G_T	Conjunto dos geradores termelétricos do sistema;
G_E	Conjunto dos geradores eólicos do sistema;
В	Conjunto de todas as barras do sistema;
С	Conjunto das barras de carga do sistema;
Т	Conjunto de transformadores em-fase do sistema;
Ω_k	Conjunto das barras vizinhas à barra k.

Parâmetros:



C_{T_i}	Custo da energia do i-ésimo gerador termelétrico;
C_{E_i}	Custo da energia do j-ésimo gerador eólico;
C_{P_i}	Custo de penalidade do j-ésimo gerador eólico;
C_{R_i}	Custo de Reserva do j-ésimo gerador eólico;
$P_{G_i}^{Av}$	Potência eólica disponível ou média;
P_{km}, Q_{km}	Fluxos de potência ativa e reativa no ramo km, respectivamente;
P_{G_k}, P_{C_k}	Potências ativas geradas e consumidas na barra k, respectivamente;
Q_{G_k}, Q_{C_k}	Injeção líquida de potência reativa gerada e consumida, respectivamente, na
	barra <i>k</i> ;
Q_k^{sh}	Componente da injeção de potência reativa devida ao elemento <i>shunt</i> da barra
	<i>k</i> ;
$P_{G_k}^{min}, P_{G_k}^{max}$	Limites mínimo e máximo, respectivamente, de injeção de potência ativa na
	barra <i>k</i> ;
$Q_{G_k}^{min}, Q_{G_k}^{max}$	Limites mínimo e máximo, respectivamente, de injeção de potência reativa na
	barra <i>k</i> ;
V_k^{min}, V_k^{max}	Limites mínimo e máximo, respectivamente, da magnitude de tensão da barra
n n	<i>k</i> ;
$t_{km}^{min}, t_{km}^{max}$	Limites mínimo e máximo, respectivamente, do tap do transformador do ramo
	km.

Variáveis:

V_k	Magnitude de tensão da barra k;
t_{km}	<i>Tap</i> do transformador em-fase conectado às barras $k e m$.

Na função objetivo, Função (6a), o primeiro termo é a função de custo do gerador termelétrico, expressa por:

$$C_{T_i}(P_{G_i}) = a_i P_{G_i}^2 + b_i P_{G_i} + c_i$$
⁽⁷⁾

em que a_i, b_i, c_i são os coeficientes de custo dos geradores termelétricos.

O segundo termo da Função (6a) é o custo associado aos geradores eólicos, este custo contituí a energia eólica programada, alguns autores atribuem a esse custo a manutenção dos parques eólicos,

$$C_{E_i}(P_{G_i}) = d_j P_{G_i} \tag{8}$$

em que d_j é o coeficiente de custo dos geradores eólicos.

O terceiro termo da Função (6a) é o custo obtido a partir da estimativa de energia eólica abaixo da disponível ou da média, é conhecido como custo de penalidade e é expresso como,

$$C_{P_j}(P_{G_j}^{A\nu} - P_{G_j}) = k_{P_j}(P_{G_j}^{A\nu} - P_{G_j}) = k_{P_j} \int_{P_{G_j}}^{P_{G_j}^{max}} (P - P_{G_j}) f_W(P) dP$$
(9)

em que k_{P_j} é o coeficiente de penalidade. A função $f_W(P)$ é a transformada da função de distribuição de probabilidade de Weibull (TFDPW), definida em (5), que estima a geração de energia eólica disponível com base na geração programada.



O quarto termo da Função (6a) é o custo de reserva. Se a geração de energia eólica programada for maior que a disponível é aplicado um custo por utilizar uma reversa de energia. A função de custo de reserva é expressa por,

$$C_{R_j}(P_{G_j} - P_{G_j}^{A\nu}) = k_{R_j}(P_{G_j} - P_{G_j}^{A\nu}) = k_{R_j} \int_0^{P_{G_j}} (P_{G_j} - P) f_W(P) dP$$
(10)

em que k_{R_i} é o coeficiente de reserva.

As restrições (6b) e (6c) são formadas por equações de balanço de potência ativa e reativa em cada barra do sistema. As restrições (6d) apresentam os limites mínimo e máximo de potência ativa térmico-eólico dos geradores, as restrições (6e), os limites mínimo e máximo de injeção de potência reativa nas barras com controle de tensão. As restrições (6f) e (6g) representam os limites mínimo e máximo das magnitudes de tensão e dos *taps* dos transformadores, respectivamente.

3 Método primal-dual de pontos interiores/exteriores

O Método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada (PDPI-EBLM) proposto em [7], pode ser utilizado para resolver problemas como o do modelo geral de otimização não-linear, com restrições de igualdade e desigualdade, definido em (11)

Minimizar
$$f(x)$$
 (11)
Sujeito a: $g(x) = 0$
 $h(x) \le 0$

em que $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é a função objetivo, $x \in \mathbb{R}^n$, $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ e $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^r$ são funções de classe C_2 , que representam, respectivamente as restrições de igualdade e desigualdade do problema.

Ao adicionar variáveis de folga às restrições de desigualdade, essas podem ser reescritas como restrições de igualdade e temos o problema (12):

Minimizar
$$f(x)$$

Sujeito a: $g(x) = 0$
 $h(x) + z = 0$
 $z \ge 0$
(12)

em que $z \in \mathbb{R}^r_+$ é o vetor das variáveis de folga das restrições de desigualdade.

Baseado na função barreira logarítmica modificada de [12], temos o seguinte problema lagrangiano aumentado:

Minimizar
$$f(x) - \mu \sum_{i=1}^{r} \delta_i \ln(\mu^{-1}z_i + 1)$$

Sujeito a: $g(x) = 0$
 $h(x) + z = 0$
(13)

em que $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira e $\delta \in \mathbb{R}^r_+$ é o vetor de estimadores dos multiplicadores de Lagrange relativos às restrições de não-negatividade das variáveis de folgas.



As restrições de igualdade são incorporadas à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange $\eta \in \mathbb{R}^m$ e $\lambda \in \mathbb{R}^r_+$, desta forma, obtém-se a seguinte função Lagrangiana barreira logarítmica modificada, apresentada em (14):

$$L_{\mu}(x,z,\eta,\lambda) = f(x) - \mu \sum_{i=1}^{r} \delta_{i} \ln(\mu^{-1}z_{i}+1) + \sum_{j=1}^{m} \eta_{j}g_{j}(x) + \sum_{i=1}^{r} \lambda_{i}(h_{i}(x)+z_{i})$$
(14)

As condições necessárias de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são aplicadas à função lagrangiana aumentada (14) e o sistema não linear (15) é obtido:

$$\nabla f(x) + [Jg(x)]^t \eta + [Jh(x)]^t \lambda = 0$$
(15a)

$$-\mu \overline{Z}^{-1} \delta + \lambda = 0 \tag{15b}$$

$$g(x) = 0 \tag{15c}$$

$$h(x) + z = 0 \tag{15d}$$

em que Jg(x) e Jh(x) são as matrizes jacobianas associadas a g e h, respectivamente.

Para as direções de busca do método definidas através da linearização do sistema (15) pela fórmula de Taylor de primeira ordem, utilizamos o procedimento previsor-corretor.

No procedimento previsor são calculadas as direções previsor, dx^k , dz^k , $d\eta^k e d\lambda^k$, definidas em (16) a (19):

$$\widetilde{\mathrm{d}}\eta^k = [Jg(x^k)\theta_k^{-1}Jg(x^k)^t]^{-1}[Jg(x^k)\theta_k^{-1}(r^k - \widetilde{p}^k) - t^k]$$
(16)

$$\widetilde{\mathrm{d}}x^k = \theta_k^{-1} [\mathrm{r}^k - \widetilde{p}^k - [Jg(x^k)^t] \widetilde{\mathrm{d}}\eta^k]$$
(17)

$$\widetilde{d}z^k = \mathbf{u}^k - Jh(x^k)\widetilde{d}x^k \tag{18}$$

$$\widetilde{\mathrm{d}}\lambda^{k} = \overline{Z}_{k}^{-1} [\widetilde{\mathrm{s}}^{k} - \Lambda^{k} \widetilde{\mathrm{d}}z^{k}]$$
(19)

em que:

$$\theta_k = K + [Jh(x^k)^t] \overline{Z}_k^{-1} \Lambda^k Jh(x^k)$$
(20)

$$\widetilde{s}^k = -\overline{Z}_k \lambda^k + \mu \delta^k \tag{21}$$

$$\widetilde{p}^{k} = [Jh(x^{k})^{t}]\overline{Z}_{k}^{-1}[\widetilde{s}^{k} - \Lambda^{k}u^{k}]$$
(22)

No procedimento corretor são calculadas as direções corretor, dx^k , dz^k , $d\eta^k e d\lambda^k$, definidas em (23) a (26):

$$d\eta^{k} = [Jg(x^{k})\theta_{k}^{-1}Jg(x^{k})^{t}]^{-1}[Jg(x^{k})\theta_{k}^{-1}(\mathbf{r}^{k}-p^{k})-\mathbf{t}^{k}]$$
(23)



$$\mathbf{d}x^k = \boldsymbol{\theta}_k^{-1} [\mathbf{r}^k - p^k - [Jg(x^k)^t] \mathbf{d}\boldsymbol{\eta}^k]$$
(24)

$$dz^k = u^k - Jh(x^k)dx^k$$
(25)

$$d\lambda^k = \overline{Z}_k^{-1} [s^k - \Lambda^k dz^k], \qquad (26)$$

em que:

$$p^{k} = [Jh(x^{k})^{t}]\overline{Z}_{k}^{-1}[s^{k} - \Lambda^{k}u^{k}].$$

$$(27)$$

Calculada as direções, é possível obter o comprimento dos passos primais e duais, denominados de, $\alpha_{P,cor}^k$ e $\alpha_{D,cor}^k$, respectivamente.

$$\alpha_{P,\text{cor}}^{k} = \sigma \min\left\{1, -\frac{(z_{j}^{k})}{dz_{j}^{k}} : z_{j}^{k} > 0 \text{ e } dz_{j}^{k} < 0\right\},$$
(28)

$$\alpha_{D,\text{cor}}^{k} = \sigma \min\left\{1, -\frac{\lambda_{j}^{k}}{\mathrm{d}\lambda_{j}^{k}} : \lambda_{j}^{k} > 0 \text{ e } \mathrm{d}\lambda_{j}^{k} < 0\right\}, j = 1, .., r.$$
(29)

A atualização da solução atual é expressa por:

$$x_{c}^{k+1} = x^{k} + \alpha_{P,\text{cor}}^{k} dx^{k}$$

$$z_{c}^{k+1} = z^{k} + \alpha_{P,\text{cor}}^{k} dz^{k}$$

$$\eta_{c}^{k+1} = \eta^{k} + \alpha_{D,\text{cor}}^{k} d\eta^{k}$$

$$\lambda_{c}^{k+1} = \lambda^{k} + \alpha_{D,\text{cor}}^{k} d\lambda^{k}$$
(30)

O critério de parada do método é expresso por:

$$\left\|\mathbf{r}^{k},\mathbf{s}^{k},\mathbf{t}^{k},\mathbf{u}^{k}\right\|_{\infty}\leq\varepsilon$$
(31)

em que:

$$\mathbf{r}^{k} = -\nabla f(\mathbf{x}^{k}) - Jg(\mathbf{x}^{k})^{t} \boldsymbol{\eta} - Jh(\mathbf{x}^{k})^{t} \boldsymbol{\lambda}$$
(32)

$$\mathbf{s}^{k} = -\overline{Z}_{k}\boldsymbol{\lambda}^{k} + \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\delta}^{k} - \mathbf{d}\boldsymbol{z}^{k} \circ \mathbf{d}\boldsymbol{\lambda}^{k}$$
(33)

$$\mathbf{t}^k = -g(\mathbf{x}^k) \tag{34}$$

$$\mathbf{u}^k = -h(x^k) - z^k \tag{35}$$

O método completo pode ser visto de forma bem detalhada em [7] e o resumo do método em [13].



Na Seção 3.1 é apresentado o algoritmo do método, em que as direções utilizadas, dentre aquelas propostas em [7], foram aquelas vistas de (23) a (26) e a verificação da positividade da matriz hessiana θ_k (20), realizada pelo procedimento de Cholesky.

A TFDPW, tal como indicado em (6a), detalhada em (9) e (10), é integrante da função f(x) definida em (11). A resolução das integrais definidas em (9) e (10) foram feitas através do comando "int" do software Matlab. Este calcula uma aproximação por séries da TFDPW definida em (5), e a partir desta, uma aproximação para o gradiente, a jacobiana e a hessiana desta função, os quais são necessários para os procedimentos do método apresentado, caracterizando a metodologia determinística proposta neste trabalho.

3.1 O Algoritmo do método PDPIEBLM

O algoritmo (1) apresentado nesta subseção é uma versão do método PDPIEBLM apresentado em [7], que consta além da direção corretora utilizada neste trabalho de uma comparação de combinações de direções previsor-corretor que influenciam no número de iterações do método.

Na próxima seção são apresentados os resultados do método PDPIEBLM para o problema de FPO térmico-eólico associado aos sistemas elétricos 6, 9 e IEEE 14 barras.

4 Resultados

Para os resultados encontrados e apresentados nesta seção, o Algoritmo (1) do método PD-PIEBLM foi implementado em linguagem de programação Matlab, utilizando o Matlab R2016a. Para os testes realizados utilizamos os sistemas elétricos 6 e 9 barras, e o sistema elétrico IEEE 14 barras.

Os parâmetros iniciais utilizados foram: $\varepsilon = 10^{-3}$, $\mu^0 = 0.5$, $\tau = 0.25$, $\beta^0 = 0.01$, $\alpha = 0.25$. Os limitantes inferior e superior das magnitudes de tensão das barras dos sistemas adotados foram $0.95 \le V \le 1.05$. E para os taps dos transformadores adotou-se $0.96 \le t \le 1.04$.

Os dados referentes as turbinas eólicas são: $v_i = 5m/s$, $v_r = 15m/s$, $v_0 = 45m/s$, c = 5, k = 1, d = 100, $k_{P_i} = 100$ e $k_{R_i} = 1000$.

4.1 Sistema 6 barras

Para o sistema 6 barras que possui 3 geradores foram realizados testes considerando 3 cenários, o primeiro cenário é apenas com geração termelétrica, no segundo é explorado um sistema térmico-eólico, em que o 2º gerador termelétrico é substituído por 1 gerador eólico com mesma potência máxima, 150*MW*, porém operando com 80% da capacidade total das turbinas eólicas desse gerador, e no terceiro cenário, esse gerador eólico opera com 100% da capacidade.

É possível observar na Tabela 1 para os cenários 2 e 3, uma redução de aproximadamente 40% no custo da geração do sistema.

4.2 Sistema 9 barras

O sistema 9 barras possui 3 geradores, sendo o restante barras de carga. No primeiro cenário consideramos apenas geradores termelétricos, no segundo cenário substituimos o 2º gerador ter-



Algoritmo 1: Método PDPIEBLM

1	Inicialização: Parâmetro de barreira $\mu^{o} > 0$, seu fator de redução $\tau \in (0, 1)$, parâmetro de
	amortecimento $\beta^{\circ} \in (0,1)$, seu fator de atualização $\alpha \in (0,1)$, os estimadores dos
	multiplicadores de Lagrange $\delta^0 > 0$ e x^0 ;
2	Calcule: $f(x^0)$, $\nabla f(x^0)$, $g(x^0)$, $Jg(x^0)$, $h(x^0)$, $Jh(x^0)$;
3	Calcule $z^0 \leftarrow -h(x^0)$ e monte as matrizes \overline{Z}_k^{-1} ;
4	Calcule $\lambda^0 \leftarrow \mu^0 \overline{Z}_k^{-1} \delta^0$ e $\eta^0 \leftarrow -[Jg(x^0)Jg(x^0)^t]^{-1}Jg(x^0)[\nabla f(x^0) + Jh(x^0)^t \lambda^0];$
5	Determine a matriz Λ^k ;
6	Calcule os resíduos do previsor: r^k , \tilde{s}^k , t^k e u^k ;
7	Calcule o vetor \tilde{p}^k ;
8	Determine θ_k ;
9	Realize o procedimento de Cholesky para verificar a positividade da matriz θ_k , e se necessário
	atualize essa matriz; $\sim 1.2 \times 1.2$
10	Calcule as direções do procedimento previsor: dx^k , dz^k , $d\eta^k$ e $d\lambda^k$;
11	Calcule o resíduo s ^{k} e o vetor $pk;$
12	Calcule as direções do procedimento corretor: dx^k , dz^k , $d\eta^k e d\lambda^k$;
13	Calcule os passos primal $\alpha_{P,cor}^k$ e dual $\alpha_{D,cor}^k$;
14	enquanto $\ r^k, s^k, t^k, u^k\ _{\infty} \ge \varepsilon$ faça
15	Atualize a solução, obtendo x^{k+1} , z^{k+1} , η^{k+1} e λ^{k+1} ;
16	Atualize o parâmetro de barreira;
17	Atualize os estimadores dos multiplicadores de Lagrange ;
18	Faça $k = k + 1$;
19	Calcule: $f(x^k)$, $\nabla f(x^k)$, $g(x^k)$, $Jg(x^k)$, $h(x^k)$, $Jh(x^k)$;
20	Monte as matrizes $\overline{Z}_k^{-1} \in \Lambda^k$;
21	Calcule os resíduos do previsor: r^k , \tilde{s}^k , t^k e u^k ;
22	Calcule o vetor \tilde{p}^k ;
23	Determine θ_k ;
24	Realize o procedimento de Cholesky para verificar a positividade da matriz θ_k ;
25	Calcule as direções do procedimento previsor: dx^k , dz^k , $d\eta^k e d\lambda^k$;
26	Calcule o resíduo s ^{k} e o vetor pk ;
27	Calcule as direções do procedimento corretor: dx^k , dz^k , $d\eta^k e d\lambda^k$;
28	Calcule os passos primal $\alpha_{P,cor}^k$ e dual $\alpha_{D,cor}^k$;
29	fim
30	Retorne a solução ótima: $x^* = x^k, z^* = z^k, \eta^* = \eta^k$ e $\lambda^* = \lambda^k$

Tabela 1: Resultados do método PDPIEBLM	para o	o sistema	6	barras
---	--------	-----------	---	--------

Cenário	Iterações	Custo total	Custo termelétrica	Custo eólica	Tempo(s)
1	11	3001,24	3001,24	-	2,47
2	19	1805,00	1548,79	256,21	2,55
3	17	1790,42	1526,86	263,56	2,50

melétrico por um gerador eólico, operando com 80% de sua capacidade, e o terceiro cenário, que a geração eólica tem 100% de capacidade.

A redução nos custos apresentado na Tabela 1 está relacionada com a substituição do gerador



termelétrico, que é mais caro, por um eólico supostamente com a mesma capacidade. Porém, em sistemas eólicos reais, para gerar o mesmo que um gerador termelétrico seria necessário muitas turbinas eólicas. Embora estas operem com custo menor do que as termelétricas, tem capacidade máxima menor que um gerador termelétrico, por isso na Tabela 2 a potência máxima do gerador eólico foi de 45*MW*, ao invés de 300*MW*, que era a capacidade máxima de geração do gerador termelétrico. A redução dos custos foi menor mas ainda assim mais econômica que a produção de energia somente por usinas termelétricas (cenário 1).

Observa-se na Tabela 2, uma redução do custo total de geração de 12,9% para o cenário 2 e 16,3% para o cenário 3.

Cenário	Iterações	Custo total	Custo termelétrica	Custo eólica	Tempo(s)
1	12	1976,84	1976,84	-	1,97
2	11	1720,01	1671,75	48,25	2,24
3	16	1654,42	1614,45	39,97	2,60

Tabela 2: Resultados do método PDPIEBLM para o sistema 9 barras

4.3 Sistema IEEE 14 barras

Para o sistema IEEE 14 barras os cenários dos sistemas anteriores são mantidos, o sistema possui 5 geradores, o gerador substituído foi o 3° gerador termelétrico, com potência máxima de 100*MW*, por um gerador eólico com capacidade máxima de 45*MW*. Para esse sistema acrescentamos o cenário 4, que corresponde ao gerador eólico com 50% de capacidade.

Observa-se na Tabela 3, uma redução do custo total de geração, para o cenário 2, de 14,4% e para o cenário 3, com 100% de capacidade do gerador eólico, uma redução de 18,27%. No cenário 4, a redução foi proporcional ao cenário 3, com redução dos custos totais na geração de 9,14%.

Cenário	Iterações	Custo total	Custo termelétrica	Custo eólica	Tempo(s)
1	12	5714,15	5714,15	-	2,26
2	22	4890,34	4842,08	48,25	3,65
3	23	4669,89	4629,92	39,97	4,10
4	20	5191,58	5164,64	26,94	4,04

Tabela 3: Resultados do método PDPIEBLM para o sistema IEEE 14 barras

Analisando os resultados verificamos que, para a substituição de geradores termelétricos por geradores eólicos em sistemas elétricos de potência, é necessária a realização de um estudo para verificar a capacidade total do parque eólico, pois, geralmente, esta será menor do que um gerador termelétrico. A partir da geração eólica disponível, calculada pela função de distribuição de probabilidade de Weibull, é necessário avaliar o rendimento que o gerador eólico terá, pois se a velocidade do vento for abaixo do valor mínimo exigido (v_i) para geração, será necessário gerar energia a partir dos geradores termelétricos restantes, tornando os custos de geração mais caros que um sistema termelétrico convencional.

Para regiões em que a velocidade do vento permitir um rendimento superior a 80% da capacidade do gerador eólico, mesmo que este tenha capaciadade máxima menor que um gerador



termelétrico, os custos de geração serão menores, devido ao baixo custo da geração eólica. Neste caso é de interesse substituir e utilizar os geradores eólicos no sistema de geração. Os 3 cenários vistos nesta seção mostram a viabilidade da utilização destes.

5 Conclusões

Este trabalho apresentou a viabilidade de se usar uma metodologia determinística envolvendo o método PDPIEBLM e a TFDPW para a resolução do problema de FPOP, relativo a sistemas térmico-eólico de potência elétrica. Com base nos resultados verificamos que, a geração eólica é mais econômica do que a térmica, ainda que sua capacidade máxima seja menor que a de um gerador termelétrico. Os sistemas térmicos-eólicos são probabilísticos e devido à incerteza da velocidade do vento, considerada para a geração eólica, podem produzir energia com custo mais oneroso, caso a velocidade do vento não seja suficiente para operar os geradores eólicos. Neste caso, apenas os geradores termelétricos devem estar em operação. Entretanto, quando a velocidade mínima de vento é suficiente para a a produção de energia eólica, o custo de geração do sistema diminui. Os 3 sistemas investigados constataram essa afirmação. O método PDPIEBLM em conjunto com a TFDPW convergiu em todos os casos mostrando-se eficiente na determinação de soluções para o FPOP térmico-eólico. Para trabalhos futuros analisaremos uma variação dos coeficientes de penalidade e reserva da TFDPW na determinação dos custos, buscando tornar as soluções mais próximas da realidade, além de testar novos casos com mais de um gerador eólico e realizar testes com os sistemas IEEE 30, 57 e 118 barras, considerando pontos de carregamento de válvula nos custos dos geradores termelétricos. Novos testes serão realizados analisando qual a capacidade média necessária, que o gerador eólico deve atingir, para tornar o sistema mais econômico e assim viabilizar sua implantação em determinada região.

6 Referências bibliográficas

[1] EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Matriz Energética e Elétrica.** 2018. Disponível em: http://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica. Acesso em: 10 jan. 2019.

[2] Aumento da energia eólica coloca o Brasil na 8ª posição mundial. Jornal da USP, São Paulo, 23 de fev. de 2018. Disponível em: <jornal.usp.br/?p=148746>. Acesso em: 14 fev. 2019.

[3] AMARANTE, O. A. C. et al. **Atlas do potencial eólico brasileiro**. Brasília: Ministério de Minas e Energia, 2001. Disponível em: https://bit.ly/2giOSzV. Acesso em: 14 fev. 2019.

[4] SILVA, D. N. Método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores e exteriores com estrafegias de correção de inercia e suavização hiperbolica aplicado ao problema de despacho econômico com ponto de carregamento de válvula e representação da transmissão. 2014. 233 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)-Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2014.

SOUZA, R. R. de; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um método de pontos interiores/exteriores aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo para um sistema térmico-eólico. **C.Q.D.- Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 14, p. 214-229, fev. 2019. Edição Ermac. DOI: 10.21167/cqdvol14ermac20192316966rrsarbln214229 Disponível em: https://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/



[5] SANTOS, M. R. B. et al. A proposed methodology involving progressive bounded constraints and interior-exterior methods in smoothed economic/environmental dispatch problems. **IEEE Latin America Transactions**, v. 15, n. 8, p. 1422-1431, Aug. 2017.

[6] GONÇALVES, E. **Métodos híbridos de pontos interiores/exteriores e de aproximantes de funções em problemas multiobjectivo de despacho econômico e ambiental.** 2015. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)-Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, 2015.

[7] SOUZA, R. R. et al. A primal-dual interior/exterior point method, with combined directions and quadratic test in reactive optimal power flow problems. **IEEE Latin America Transactions**, v. 15, n. 8, p. 1413-1421, Aug. 2017.

[8] PINHEIRO, R. B. N. et al. Interior-exterior point method with global convergence strategy for solving the optimal reactive power flow problem. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 66, p. 235-246, Mar. 2015.

[9] HETZER, J.; YU, D. C.; BHATTARAI, K. An economic dispatch model incorporating wind power. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 23, n. 2, p. 603-611, Apr. 2008.

[10] REDDY, S. S.; MOMOH, J. A. Minimum emissions optimal power flow in wind-thermal power system using opposition based bacterial dynamics algorithm. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING (PESGM), 2016, Boston, MA. **Proceedings...** Boston, MA: IEEE, 2016.

[11] SOUZA, R. R.; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um modelo de Fluxo de Potência Ótimo para um sistema térmico-eólico. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 5., 2018, Bauru. **Caderno de trabalhos completos e resumos...** Bauru: Unesp, Faculdade de Ciências, 2018. p. 354-358. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1-8SZZnioKApdmQG6BaOTltJARzfwAB9P/view>. Acesso em: 20 set. 2018.

[12] POLYAK, R. Modified barrier functions. **Mathematical Programming**, v. 54, n. 1-3, p. 177-222, Feb. 1992.

[13] SOUZA, R. R.; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um método primal-dual de pontos interiores e exteriores, com estratégias de teste quadrático e de determinação de novas direções de busca, aplicado ao problema de FPOR. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 3., 2016, Bauru. **Caderno de trabalhos completos e resumos...** Bauru: Unesp, 2017. p. 334-338. Disponível em:

<http://www.ibb.unesp.br/Home/Departamentos/Bioestatistica/ermac/caderno-ermac-corrigido-16-11-16.pdf>. Acesso em: 20 set.

2018.