

**Revista Eletrônica
Paulista de Matemática**

ISSN 2316-9664
Volume 18, jul. 2020
Iniciação Científica

GlauCIA Maria Bressan

Departamento Acadêmico de Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
glauciabressan@utfpr.edu.br

Luciene Aparecida de Oliveira Campos

Departamento Acadêmico de Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
luciene.oliveiracampos@hotmail.com

Otimização de problemas de roteamento de veículos: soluções heurísticas

Optimization of Vehicle Rotation Problems: heuristic solutions

Resumo

Os custos com transporte e distribuição de produtos de um setor produtivo para seus locais de destino representam, geralmente, a maior parcela dos custos totais de produção. Desta forma, a busca por técnicas que reduzam essas despesas por meio de um processo de otimização, se torna indispensável. Em vista disso, o objetivo deste trabalho consiste no estudo do modelo de Fisher e Jaikumar (1981) para o problema do roteamento, no desenvolvimento de um estudo de caso de um setor produtivo que necessite transportar seus produtos para centros consumidores e na proposta de resolução por meio de um procedimento heurístico. Neste trabalho, a coleta de dados é feita em um setor produtivo da região Oeste do estado do Paraná e os resultados são comparados por meio das soluções obtidas a partir da heurística clássica de Clarke e Wright (C&W) em suas versões Paralela e Sequencial. Pretende-se responder as questões sobre a melhor rota a ser traçada de modo que minimize os custos do transporte de cada trecho.

Palavras-chave: Programação Linear. Roteirização. Heurística.

Abstract

Expenses with transportation and distribution of products from a productive sector to their destination usually represent, in general, the largest part of total production costs. Therefore, the search for techniques that reduce these costs using an optimization process, becomes indispensable. In this scenario, the goal of this work is to study the Fisher and Jaikumar's model (1981) for the routing problem, to develop a case study of a productive sector that needs to transport its products to consumer centers and to propose the solution using a heuristic procedure. In this work, the data collection is done in a productive sector of the western region of the state of Paraná and the results are compared from the solutions obtained by the classical heuristic of Clarke and Wright (C & W), in Parallel and Sequential versions. It is intended to answer the questions about the best route to be drawn such as the transportation costs of each segment be minimized.

Keywords: Linear Programming. Routing. Heuristic.

1 Introdução

O aumento na exigência dos mercados, vinculado à competitividade entre setores produtivos, faz com que haja uma busca constante por melhorias no desempenho operacional, para que os recursos disponíveis sejam aproveitados de forma a minimizar, principalmente, os custos logísticos do processo produtivo, já que esses consistem em uma grande parcela dos custos totais de produção. É desejável desenvolver uma operação que atenda aos clientes de maneira satisfatória, garantindo um baixo custo desde a fabricação de produtos até a entrega final.

Vários estudos e referências analisadas mostram que a operação de movimentação de cargas absorve de um a dois terços destes custos logísticos, implicando na busca constante por melhorias na execução da atividade de transporte (BALLOU, 1985). Entre alguns mecanismos utilizados nesta otimização, destaca-se a roteirização de veículos, que desempenha um papel central no campo da logística e da distribuição física (BREMENKAMP; MONTEIRO; REPOLHO; CUNHA; DANTAS, 2003).

Neste contexto, a logística pode ser entendida como processo de planejar, implementar e controlar, de maneira eficaz, a armazenagem e o fluxo de mercadorias com o objetivo de atender os requisitos do consumidor, cobrindo desde o ponto de origem até o ponto de consumo (GAMA, 2011). O planejamento do percurso frequentemente envolve uma variedade de decisões sobre alocação de recursos e sequenciamento dos processos, ambos de uma natureza operacional e estratégica (RODRIGUEZ; ROBLES JUNIOR, 2003).

Quando uma organização aplica otimização do roteamento de veículos em seus processos, alguns benefícios são observados, como a melhoria de sua produção, pois todos os setores passam a apresentar uma maior produtividade (BALLOU, 2004). Há também um melhor aproveitamento dos recursos e os custos para se fabricar uma mercadoria e oferecer um serviço, tendem a diminuir. Desta forma, pretende-se estabelecer ligações para o atendimento das demandas que podem se apresentar como prestação de serviços, como a entrega ou a coleta de mercadorias e/ou pessoas. De acordo com Laporte; Gendreau; Potvin e Semet (2000), “o problema de roteirização de veículos consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de atendimento, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez e a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade do veículo que a atende”.

Os modelos matemáticos têm sido amplamente utilizados na otimização de técnicas operacionais, nos mais diferentes campos, por apresentarem melhores propostas ao planejamento dos trabalhos a serem executados. Os modelos são representações simplificadas da realidade que preservam para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada (GOLDBARG; LUNA, 2005).

O problema de roteamento de veículos foi introduzido em 1959 por Dantzig e Ramser. Desde então, o estudo deste problema deu origem a grandes desenvolvimentos nos campos de algoritmos exatos e heurísticos. Em particular, algoritmos exatos de programação matemática altamente sofisticados e metaheurísticas poderosas para o problema de roteamento tem sido apresentadas (LAPORTE, 2009).

Para a resolução do problema de roteamento, deve-se usar uma metodologia para que sejam definidas as melhores trajetórias para que, dentro das restrições do problema real, tenha-se a otimização como, por exemplo, a minimização dos gastos para o transporte dos produtos (MARTINS JÚNIOR, 2013). No caso de entrega de mercadorias, deve ser formado um ciclo no qual o veículo inicia o trajeto no depósito, passa uma única vez por todos os pontos de demanda e retorna ao depósito. As funções objetivo podem visar a minimização da quantidade de veículos, distância percorrida ou tempo de tráfego (MARTINS JÚNIOR, 2013). Sendo assim, o problema de roteamento de veículos “é uma das linhas mais abordadas na Pesquisa Operacional sendo tomado, como objeto de estudo



em vários trabalhos, apresentando formas de resolução diferenciadas (MARTINS JÚNIOR, 2013)”. Sob essa perspectiva, a Pesquisa Operacional mostra-se como uma importante ferramenta na elaboração de uma proposta de planejamento mais eficiente. Utilizando modelos matemáticos com a assistência de computadores, esta ciência utiliza do método científico para resolver os problemas de tomadas de decisão com os melhores resultados possíveis de acordo com as políticas da empresa (SILVEIRA; LAVRATTI; BENTO, 2004).

A programação linear pode então auxiliar os setores produtivos na busca por tempos e recursos, visando sempre ajudar na redução de custos e melhorias de resultados, levando em consideração todas as restrições envolvidas no processo que será otimizado (OLIVEIRA; FAVA; CASTORANI; RODRIGUES; FERNANDES, 2015). Por meio dessa ferramenta, busca-se a otimização do processo geral da conversão dos custos, para maximizar o aproveitamento dos recursos de transporte, identificando as melhores rotas que permitem a redução do tempo e distância, reduzindo consideravelmente os gastos.

A literatura é vasta ao abordar problemas de roteamento de veículo. Uma revisão de procedimentos heurísticos para o problema de roteamento de veículos é apresentada no trabalho de Laporte; Gendreau; Potvin e Semet (2000), em que apresenta dois tipos de heurísticas: clássica (métodos econômicos) e moderna (busca tabu). Mais recentemente, o trabalho de Pillac, Gendreau, Guéret e Medaglia (2013) apresenta uma revisão dos problemas de roteamento de veículos dinâmicos. Segundo os autores, esta pesquisa classifica os problemas de roteamento da perspectiva da qualidade e evolução da informação e apresenta uma revisão de aplicações e métodos de resolução para esse tipo de problema.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar o modelo clássico de Fisher e Jaikumar (1981) para os problemas de roteamento de veículos e o método de resolução utilizando a heurística clássica de Clarke e Wright em suas versões Paralelas e Sequencial. Em seguida, propõe-se aplicar o procedimento heurístico a uma situação real de um setor produtivo que necessite transportar seus produtos para centros consumidores. A partir da construção do sistema de roteamento, outras decisões devem ser tomadas, sobre o número de rotas, números de veículos, localizações dentre outros. Desta forma, otimizar o processo de roteamento diminui os custos de transporte e contribui para a agilidade da distribuição de produtos e serviços. A escolha da Heurística de Clarke e Wright como método de resolução do problema proposto neste trabalho, é baseado no fato de apresentar bons resultados na literatura para obtenção de soluções para problemas de roteamento de veículos, para problemas não dimensionalmente grandes, além de possibilitar a inclusão de restrições de capacidades dos veículos, presentes no problema. Há uma extensa literatura para abordagem heurística de problemas de grandes magnitudes (TOTH; VIGO, 2002; GOLDEN; RAGHAVAN; WASIL, 2008).

A principal contribuição deste trabalho é otimizar o problema de roteamento de veículos do local em estudo, determinando a melhor rota a ser seguida no transporte de produtos para os centros consumidores, reduzindo a distância total.

2 Otimização e Problemas de Roteamento de Veículos

Nesta seção, são apresentados os modelos de Programação Linear (PL), um caso particular dos modelos de programação matemática, em que as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto em relação às restrições como à função objetivo, e a resolução desses tipos de problemas exige a quantificação do objetivo. O estudo desses modelos é um pré-requisito para a formulação dos Problemas de Roteamento de Veículos. Por sua vez, as notações, definições e

resultados discutidos neste capítulo foram baseados em Goldberg e Luna (2005).

Para que um determinado sistema possa ser representado por meio de um modelo de PL, deve possuir as seguintes características:

Proporcionalidade: a quantidade de recurso consumido por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final do problema. Além disso, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade.

Não Negatividade: deve ser sempre possível desenvolver dada atividade em qualquer nível não negativo, e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado.

Aditividade: o custo total é a soma das parcelas associadas a cada atividade.

Separabilidade: pode-se identificar de forma separada o custo (ou consumo de recursos) específico das operações de cada atividade.

Um Problema de Programação Linear (PPL) pode ser formulado de uma forma geral como segue (GOLDBARG; LUNA, 2005). Deve-se levar em consideração se pretende-se minimizar ou maximizar a função objetivo (1), determinando também o conjunto de restrições (2), relacionando-as com as variáveis de decisão.

$$\text{Otimizar } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\geq d_i, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &= d_i, \quad i = p + 1, p + 2, \dots, m \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q \\ x_j &\in \mathbb{R}, \quad j = q + 1, q + 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

Em que as seguintes notações são adotadas:

$M = \{1, 2, \dots, m\}$, o conjunto dos índices das restrições do problema;

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ o conjunto dos índices das variáveis;

$p \in M, q \in N$;

a_{ij} : são os coeficientes (números reais) das restrições, que podem ser organizados em uma matriz de restrições A , de ordem $m \times n$;

$x = (x_j), j \in N$: são as variáveis de decisão (vetor coluna de n componentes);

$c = (c_j), j \in N$: são os coeficientes (números reais) da função objetivo (vetor linha de n componentes);

$d = (d_i), i \in M$: vetor das constantes (vetor linha de m componentes).

O termo otimizar é utilizado aqui para, genericamente, representar as possibilidades de maximizar ou minimizar a função objetivo. O problema consiste em, dados a matriz A e os vetores d e c , determinar o vetor de variáveis contínuas x que satisfaça ao conjunto de restrições e que otimize o valor do critério z .

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) pode ser definido como o problema de determinar uma rota a fim de visitar uma série de locais, com o uso de veículos, ao menor custo possível, atendendo a todas as demais imposições do problema (GOLDBARG; LUNA, 2005), como demandas, tempo e número de veículos disponíveis. Por sua vez, uma *rota* é definida como uma sequência de pontos visitados que o veículo deverá percorrer, de forma que inicie e termine o processo em um depósito. As decisões estratégicas afetam todo o sistema e possuem efeito duradouro, podendo tornar menos claras com o aumento da complexidade e do tamanho dos sistemas.

Uma das dificuldades de modelar e resolver um problema de roteirização deriva da grande quantidade de parâmetros que podem influenciar diretamente esse tipo de problema. Um estudo metódico dos principais problemas de roteirização de veículos e uma adequada classificação, verificando os principais aspectos mais relevantes, permite uma implementação de estratégias adequadas para a solução do problema.

Apresentar formulações úteis para o PRV não é algo trivial. Uma das formulações mais utilizadas como base a diversos métodos de solução e apresentadas em Goldbarg e Luna (2005), é do trabalho de Fisher e Jaikumar (1981) conforme a seguir:

$$\text{(PRV) Minimizar } z = \sum_{i,j} \left(c_{ij} \sum_k x_{ijk} \right)$$

sujeito a:

$$\sum_k y_{ik} = 1, \quad i = 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_k y_{ik} = m, \quad i = 1 \quad (4)$$

$$\sum_i q_i y_{ik} \leq Q_k, \quad k = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_j x_{jik} = y_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq \{2, \dots, n\} \quad k = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (9)$$

Em que as seguintes notações são adotadas:

x_{ijk} : variável binária que assume valor 1 quando o veículo k visita o cliente j imediatamente após o cliente i , 0 em caso contrário.

y_{ik} : variável binária que assume valor 1 se o cliente i é visitado pelo veículo k , 0 em caso contrário.

q_i : demanda do cliente i .

Q_k : é a capacidade do veículo K .

c_{ij} : é o custo de percorrer o trecho que vai do cliente i ao j .

As restrições (3) asseguram que um veículo não visite mais de uma vez um cliente. As restrições (4) garantem que o depósito recebe uma visita de todos os veículos. As restrições (5) obrigam que a capacidade dos veículos não seja ultrapassada. As restrições (6) garantem que os veículos não param suas rotas em um cliente. As restrições (7) são as tradicionais restrições de eliminação de *subtours*, que ocorrem quando os veículos revisitam pontos para poderem se dirigir a outro local (os *subtours* ocorrem mais frequentemente em problemas com um grande número de variáveis). Por fim, as restrições (8) e (9) referem-se às variáveis binárias.

3 Heurísticas de resolução de Clarke e Wright

A literatura apresenta alguns métodos e estratégias para a resolução de problemas de roteamento de veículos (PRV), dependendo da complexidade do problema a ser tratado. Desta forma, o método de resolução a ser utilizado neste trabalho é a heurística de Clarke e Wright (1964), um método heurístico do tipo *saving* (economia), que busca substituir arcos mais caros dentro da rota por arco de menor custo, de forma a criar uma melhor rotado, considerando, como principais restrições, o tempo de rota e a capacidade do veículo e trazendo como solução uma sequência de visitas que devem ser seguidas. Os algoritmos apresentados nesta seção podem ser encontrados em: Ballou (1985), Goldbarg e Luna (2005), Miura (2008) e Gama (2011).

Inicialmente, considere a existência de n pontos a serem visitados (coleta), partindo o veículo do depósito H e retornando ao mesmo após um ciclo. Primeiramente, admita que uma solução (a pior) seria a existência de n veículos disponíveis para realizar estas viagens. Cada veículo viaja do armazém até um cliente e retorna no fim do expediente. A Figura 1 mostra esta relação para 3 nós (2 clientes), sendo o nó H representando a empresa e os nós I e J os clientes de coleta. A distância total percorrida pelos dois veículos é dada por:

$$D = 2 \cdot (d_{HI} + d_{HJ})$$

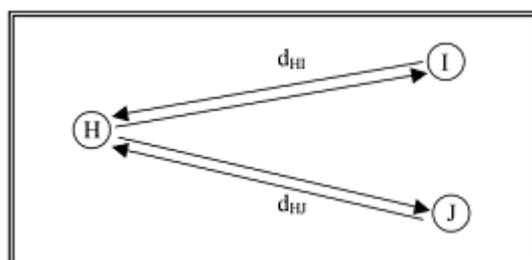


Figura 1: Três Nós Percorridos Por 2 Veículos (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Agora, suponha que se possa eliminar um veículo do roteiro acima, de forma que apenas um veículo percorra os três nós do problema. Assim, fazendo o veículo percorrer o trecho $H - I - J$ e retornando a H no final, há uma economia de distância percorrida, pois ele deixa de viajar um

trecho IH e um trecho HJ . No entanto, ele deve percorrer um trecho a mais IJ , como pode ser visto na Figura 2. Desta forma, a economia gerada por este novo percurso é representada por:

$$S_{ij} = d_{HI} + d_{HJ} - d_{IJ}$$

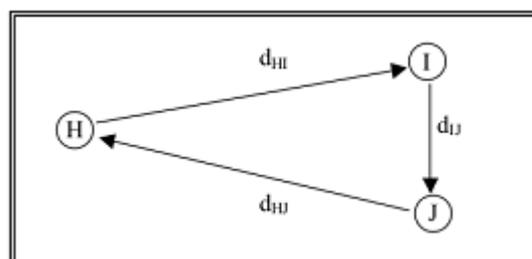


Figura 2: Três Nós Percorridos Por Um Veículo (GOLDBARG; LUNA, 2005).

A solução da heurística de Clarke e Wright vem através da computação destas economias. As economias representam o quanto a distância ou o custo podem ser reduzidos, agrupando nós (I e J) e criando a rota $H - I - J - H$, que pode ser destinada a um veículo.

Para uma rede de n nós, computam-se as economias para cada par de nós, ordenam-se as economias obtidas em ordem decrescente, e constroem-se um roteiro ligando estes pares até concluir toda rota. Portanto, os 3 primeiros passos da execução da heurística são descritos a seguir.

Passo 1: Estabelecer como solução inicial para n nós, a formação de n rotas partindo e chegando ao depósito (esta solução, apesar de sempre factível, é a mais custosa).

Passo 2: Computar as economias, S_{ij} ligando todos os nós i e j :

$$S_{ij} = c_{Hi} + c_{Hj} - c_{ij}$$

para i e $j =$ nós $2, 3, \dots, n$. Onde c representa o custo de percorrer o trecho ij , podendo ser a distância também; e H representa o depósito.

Passo 3: Ordenar as economias obtidas em ordem decrescente, formando uma listagem de pares de nós, com suas respectivas economias.

A partir deste ponto, há duas versões do algoritmo: a *Versão Paralela* efetua a melhor união factível e a *Versão Sequencial* realiza a extensão máxima de uma rota. Os algoritmos de ambas as versões são descritas a seguir.

3.1 Versão paralela

Após o passo 3 descrito anteriormente, a versão paralela consiste em, a partir do topo da lista de economias, adicionar à solução as ligações dos pares de pontos que resultarem e uma rota factível, de acordo com as restrições do problema, até que toda a lista seja verificada. O procedimento da versão paralela da heurística de Clarke & Wright também pode ser entendido pelo Algoritmo 1 a seguir.

INÍCIO

Ler $G = (N, A), c_{ij}$. { *Nó 1 é o depósito central do roteamento* }

Inicializar Rota := $(x_1 - x_s - x_1)$

Calcular a economia $S_{ij} = c_{1i} + c_{1j} - c_{ij}$ para todo par de clientes i e j . Onde c representa o custo de percorrer o trecho ij , podendo ser a distância também.
{ *Nós em G* }

Ordenar as economias em ordem não crescente e colocá-las em uma lista

Enquanto existirem ligações na lista, **Faça** { *Iniciando pelo topo da lista* }

Se a união de i e j respeita as restrições dos problemas, **Faça**

Una os pontos i e j

Fim **Se**

Fim **Enquanto**

FIM

Algorithm 1: ALGORITMO PARA A VERSÃO PARALELA DE CLARKE & WRIGHT.

3.2 Versão sequencial

Após o passo 3 descrito anteriormente, a versão sequencial consiste em, a partir do topo da lista de economias, adicionar à solução as ligações dos pares de pontos i e j que resultarem e uma rota factível. Em seguida, definir como rota atual a rota que contém os nós i e j . Deve-se então identificar os pontos extremos da rota atual e armazená-los nas variáveis k e l . Determinar a primeira economia da lista que pode ser utilizada para estender a rota atual e fazer a união dos nós identificados. Finalmente, deve-se voltar ao topo da lista de economias e encontrar a primeira economia que gera uma união factível, fazer a união dos nós identificados e definir como rota atual a rota que contém esses nós. A versão sequencial da heurística de Clarke e Wright pode ser descrita pelo Algoritmo 2 a seguir.

INÍCIO

Ler $G = (N, A), c_{ij}$. { *Nó 1 é o depósito central do roteamento* }

Inicializar Rota := $(x_1 - x_s - x_1)$

Calcular a economia $S_{ij} = c_{1i} + c_{1j} - c_{ij}$ para todo par de clientes i e j . Onde c representa o custo de percorrer o trecho ij , podendo ser a distância também.
{ *Nós em G* }

Ordenar as economias em ordem não crescente e colocá-las em uma lista

Enquanto existirem ligações na lista, **Faça** { *Iniciando pelo topo da lista* }

Iniciando pela maior economia da lista, **Faça**

Determine a primeira ligação na lista que pode ser utilizada para ser acrescida em um dos dois extremos de **Rota**, aumentando seu comprimento e retirando da lista; **Se Rota** não pode ser expandida da forma anterior, **Então Escolha** a primeira ligação na lista para iniciar uma nova rota e retire da lista.

Fim **Enquanto**

FIM

Algorithm 2: ALGORITMO PARA A VERSÃO SEQUENCIAL DE CLARKE & WRIGHT.

A seguir, o local de estudo é apresentado, onde as versões da heurística foram aplicadas para a otimização das rotas de distribuição de produtos.

4 Obtenção e análise dos resultados

Nesta seção, são descritos o local de estudo e os dados necessários para a aplicação da heurística de C&W, na resolução do Problema de Roteamento de Veículos da empresa Agro Susumo, cujo Centro de Distribuição se localiza na cidade de Uraí- Paraná. A companhia tem como atividade principal o cultivo de Hortifrutis e grãos em geral, e conta com uma vasta extensão de alqueires, capaz de produzir toneladas de frutas. O forte da empresa são o cultivo de Laranja e Banana, sendo um dos principais responsáveis pelo abastecimento de toda região sul do Brasil.

O estudo é baseado em uma média dos dados de distribuição de um determinado mês. Desta forma, foram fornecidos para este estudo os dados do mês de Maio de 2019. Ressaltando que, as informações não variam tanto nos outros meses, devido à alta demanda que a empresa possui. Os dados fornecidos podem ser resumidos em: dados gerais da coleta (nº da coleta, endereço e peso); distâncias entre os endereços da coleta; velocidade média e capacidade dos caminhões; tempo de expediente dos motoristas; sequência dos endereços visitados; tempo médio de parada em cada coleta.

Para este trabalho, optou-se por selecionar os nós principais (locais de distribuição), onde a demanda é maior, segundo a empresa, sendo esses locais: Londrina, Maringá, Toledo, Cascavel e Ponta Grossa. O mapa com a localização dessas cidades principais de distribuição se encontram apresentado na Figura 3.

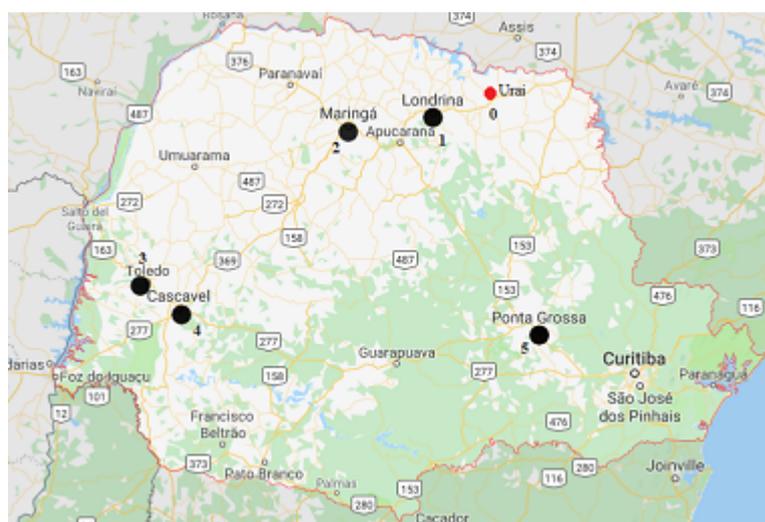


Figura 3: Mapa do Estado do Paraná, com os pontos de distribuição a serem atendidos

Nesta ilustração, nota-se que são representados 6 nós (locais de distribuição) e a fonte de produção é localizada em Uraí. Cada um dos nós é representado por um número, enquanto a empresa é representada pelo número 0. Essa representação numérica é escolhida por facilitar a visualização das tabelas de distâncias entre os pontos que será apresentado na sequência na tabela 1, sendo elas denotadas por: Uraí (0), Londrina (1), Maringá (2), Toledo (3), Cascavel (4), Ponta Grossa (5).

DISTÂNCIA	PARA						
		0	1	2	3	4	5
DE	0		54	152	469	426	292
	1	54		98	416	373	273
	2	152	98		319	276	311
	3	469	416	319		46	447
	4	426	373	276	46		405
	5	292	273	311	447	405	

Tabela 1: Distâncias entre os pontos de distribuição em km

A quantidade de carga a ser transportada para cada cliente, é representada na Tabela 2.

	1	2	3	4	5
Peso por Coleta (kg)	7.000	5000	3500	4500	6000

Tabela 2: Pesos de Distribuição por Clientes

De acordo com os numéricos fornecidos, é importante salientar que a demanda de Londrina é a mais alta devido às *Centrais Estaduais de Abastecimento* (CEASA) que se localiza nos arredores da cidade, e é um dos principais clientes da empresa.

Também, existem outras restrições a serem consideradas no problema, tais como:

Capacidade de cada veículo: 14.000Kg

Tempo de ciclo: 8 horas (jornada de trabalho do motorista)

Tempo médio de parada para descarga: 1,5 horas

Velocidade média: 80 km/h

É importante ressaltar que, para cada roteiro de viagem, são disponibilizados 2 motoristas. Desta forma, cada roteiro pode apresentar até 16 horas. Outro fator importante a ser considerado é o tempo, visto que este influencia diretamente nos resultados caso seja extrapolado. Para isso, os tempos de transporte entre pares de nós são calculados. O exemplo a seguir ilustra o cálculo do tempo, tomando como referência o par de pontos (1,2) e o roteiro 0-1-2-0, com descarregamento nos pontos 1 e 2, saindo e retornando à fábrica (ponto 0):

$$0 - 1 - 2 - 0 = (54/80) + (98/80) + (152/80) = 3,8$$

Como o veículo, nesse exemplo, faz o descarregamento em 2 pontos, então é somado a este resultado mais 3 horas, sendo assim

$$0 - 1 - 2 - 0 = (54/80) + (98/80) + (152/80) = 3,8 + 3 = 6,8$$

Agora, após a coleta dos dados necessários, a heurística de C&W pode ser executada para o estudo de caso. Para isso, considere como solução inicial a formação de 5 rotas. Aplicando o cálculo das economias de C&W visto na Seção 3.2, tal que:

$$S_{ij} = c_{Hi} + c_{Hj} - c_{ij}$$

Note que para cada par de nós, obtém-se os dados da Tabela 3 mostrando as economias obtidas. O exemplo a seguir ilustra como foi obtida a economia para o par de nós (1,2).

Considere o par de nós (1,2). Aplicando o cálculo das economias obtém-se:

DISTÂNCIA	PARA					
	0	1	2	3	4	5
0						
1			108	107	150	73
2		108		302	302	133
3		107	302		849	314
4		150	302	849		313
5		73	133	314	313	

Tabela 3: Cálculo das Economias entre os pontos de distribuição

$$(1, 2) = (0, 1) + (0, 2) - (1, 2) = 54 + 152 - 98 = 108$$

Assim é feito sucessivamente para todos pares de pontos obtidos na Tabela 1, gerando assim a Tabela 3, com os valores das economias.

Ordenando as economias obtidas em uma listagem em ordem decrescente obtém-se a Tabela 4.

De	Para	S_{ij}
3	4	849
3	5	314
4	5	313
2	3	302
2	4	302
1	4	150
2	5	133
1	2	108
1	3	107
1	5	73

Tabela 4: Listagem das Economias em Ordem Decrescente

A execução das duas versões da heurística de C&W para obtenção da solução do problema, ou seja, para obtenção dos roteiros, é descrita a seguir. Posteriormente, os resultados obtidos pelas duas versões serão comparados.

Versão paralela

O próximo passo, então, é efetuar as ligações entre os pares, começando do topo da listagem de economias, conforme a Tabela 4 e obedecendo as restrições de factibilidade do problema. A primeira ligação a ser feita é entre os nós 3 e 4. Isto significa que as rotas 0-3-0 e 0-4-0 serão fundidas, onde 0 representa o depósito central. A rota passará, então, a ser 0-3-4-0. Como esta nova rota respeita as restrições de tempo (tempo de ciclo = 14,7625 horas < 16 horas) e de capacidade do veículo (peso total = 8.000 kg < 14000 kg), então a solução se torna factível. Logo, é formado o Roteiro n°1:

Roteiro n°1: 0-3-4-0

Tempo de ciclo: 14,7625 horas



Ligação	Descrição
3 e 4	Viável(Roteiro n°1: 0-3-4-0)
3 e 5	Inviável(extrapola a jornada dos motoristas)
4 e 5	Inviável(extrapola a jornada dos motoristas)
2 e 3	Inviável(extrapola a jornada dos motoristas)
2 e 4	Inviável(extrapola a jornada dos motoristas)
1 e 4	Inviável(viola capacidade e jornada)
2 e 5	Inviável(extrapola a jornada dos motoristas)
1 e 2	Viável(Roteiro n°3: 0-1-2-0)
1 e 3	Inviável(viola capacidade e jornada)
1 e 5	Inviável(viola capacidade e jornada)

Tabela 5: Ligações formadas pela versão Paralela da Heurística

Peso total: 8.000 kg

Distância total Percorrida: 941km

Seguindo a lista, a próxima ligação a ser estudada é entre os nós 3 e 5. O próximo passo, então, é unir a rota 0-5-0 ao roteiro 0-3-4-5-0 para se formar um novo roteiro. No entanto, esta união causaria uma violação na restrição de tempo de jornada de trabalho dos motoristas, pois o roteiro proposto acumularia uma carga horária maior que 16 horas, tornando esta solução inviável.

Porém, ao analisar a rota 0-5-0, nota-se a criação de um novo roteiro, já que este respeita todas as restrições do problema. Logo, a rota é factível com as restrições do problema, obtendo o Roteiro n° 2:

Roteiro n°2: 0-5-0

Tempo de ciclo: 8,8 horas

Peso total: 6.000 kg

Distância total Percorrida: 584km

A mesma situação ocorreria com a ligação entre os nós 2 e 3, 2 e 4, 1 e 4, e 2 e 5 (próximas ligação da lista). Desta forma, a próxima ligação da lista a ser analisada é formada pelos nós 1 e 2. Como a união entre os nós é factível com as restrições do problema, o Roteiro n° 3 é formado:

Roteiro n°3: 0-1-2-0

Tempo de ciclo: 6,8 horas

Peso total: 12.000 kg

Distância total Percorrida: 304km

As últimas ligações realizadas entre os nós 1 e 3, e 1 e 5, também não serão factíveis, visto que ultrapassaria as cargas em 0-1-2-3-4-0 e 0-1-2-5-0 respectivamente, gerando assim apenas 3 roteiros factíveis. O mesmo procedimento continua para o restante dos nós, sempre respeitando a ordem da lista. A Tabela 5 descreve as possíveis ligações apresentadas na lista.

O Roteiro 2 é formado apenas pelo ponto 5, pois este não se uniu a nenhuma outra rota, de modo que se tornou um roteiro isolado. A solução final do problema encontrada pela versão paralela apresentou um custo total (distância total percorrida) de 1.829 km. Além disso, o tempo de ciclo total foi de 30,36 horas.

A Figura 4 ilustra o resultado apresentado pela versão paralela da heurística de Clarke & Wright.

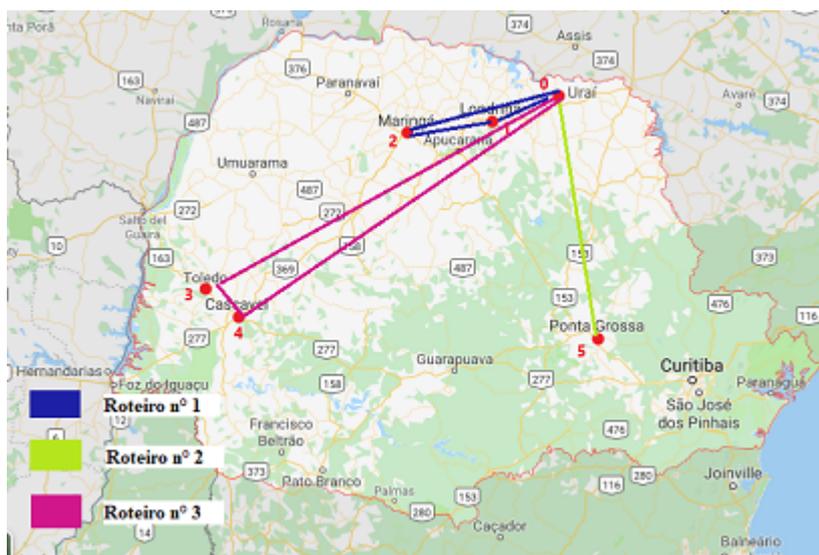


Figura 4: Roteiros fornecidos pela Versão Paralela

Versão sequencial

A versão sequencial se inicia definindo a rota atual como a primeira ligação da lista que respeita as restrições do problema. Analisa-se, então, os próximos pares de pontos que possam aumentar esta rota, respeitando as restrições de capacidade do veículo e tempo total de ciclo.

Começando pelo topo da lista da Tabela 4, a primeira ligação será entre os nós 1 e 6. Desta forma, tem-se:

Roteiro atual: 0-3-4-0

Extremos: 3 e 4

Tempo de ciclo: 14,7625 horas

Peso total: 8.000 kg

Distância total Percorrida: 941km

O próximo par de nós (contendo um dos extremos) é (3,5). No entanto, a adição desta ligação à rota atual causaria uma violação na jornada de trabalho dos motoristas, excedendo o tempo permitido de 16 horas. A mesma situação ocorre com o próximo par de nós (4,5), que além de violar a jornada de trabalho, também ultrapassa a capacidade do veículo.

Os próximos pares de nós (contendo um dos extremos) são: (2,3), (2,4), e (1,4) porém, a adição dessas ligações são totalmente ineficazes, pois como o tempo de ciclo total do roteiro atual está próximo de atingir o valor máximo aceitável (16 horas), qualquer acréscimo de ligação que este fizer causaria uma violação nesta condição do problema, e alguns casos até mesmo na capacidade do veículo. Então o primeiro roteiro formado é: 0-3-4-0.

A próxima ligação a ser analisada é o par de nós (2,5). Com a adição do nó 1 à rota atual, ele violaria as restrições do problema, então esta rota é inviável. E o roteiro nº2 formado será:

Roteiro nº2: 0-1-2-0

Extremos: 1 e 2

Tempo de ciclo: 6,8 horas



Peso total: 12.000 kg

Distância total Percorrida: 304km

Os últimos nós restantes da Tabela 4 são: (1,3) e (1,5). Para o caso do par de nós (1,3), já foi apresentado no roteiro 1, que esta união aos outros par de nós (contendo um dos extremos) é infactível, e o mesmo caso ocorre para os par de nós (1,5), pois viola as duas restrições. Com isso, como o nó 5 não é factível para se unir a nenhum roteiro existente, então o roteiro n° 3 será formado por:

Roteiro n°3: 0-5-0

Extremos: Somente o nó 5

Tempo de ciclo: 8,8 horas

Peso total: 6.000 kg

Distância total Percorrida: 584km

A solução final do problema encontrada pela versão sequencial, foi a mesma da versão paralela, e apresentou um custo total (distância total percorrida) de 1.829 km, e o tempo de ciclo total foi de 30,36 horas. A ilustração do roteiro obtido pela versão sequencial segue da mesma maneira da versão paralela, apresentada na Figura 4.

Comparando os resultados obtidos com as rotas praticadas pelo local em estudo, é importante ressaltar que a empresa não possui nenhuma técnica de otimização ou sistema de controle de rotas incorporado. Desta forma, o atendimento é feito conforme a demanda. Os locais de distribuição apresentados neste trabalho, constituem uma demanda muito comum a ser atendida. Neste caso, a rota comumente adotada envolve a realização de 4 roteiros:

Roteiro n°1: 0-1-0

Tempo de ciclo: 2,85 horas

Distância total Percorrida: 108km

Roteiro n°2: 0-2-0

Tempo de ciclo: 5,3 horas

Distância total Percorrida: 304km

Roteiro n°3: 0-3-4-0

Tempo de ciclo: 14,7625 horas

Distância total Percorrida: 941km

Roteiro n°4: 0-5-0

Tempo de ciclo: 8,8 horas

Distância total Percorrida: 584km

Desta forma, a solução encontrada pelo local em estudo apresenta distância percorrida de 1.937km e o tempo de rota total de 31,7125 horas. Desta forma, a incorporação da rota sugerida pelo procedimento heurístico proporciona uma economia de 4,455% sobre o tempo de rota e 5,905% sobre a distância percorrida.



5 Conclusão

O presente trabalho propõe a otimização de rotas dos veículos de uma companhia para distribuição de seus produtos aos centros consumidores, visando minimizar os custos de transporte. Trata-se de um tema relevante, pois o sistema atual de transporte das cargas da empresa não utiliza nenhum método científico para definição e otimização das rotas para percorrer os trechos até os endereços dos clientes. Além disso, os resultados oferecem opções de roteiros otimizados, por meio da Heurísticas de Clarke & Wright em suas versões: paralela e sequencial.

A coleta dos dados foi realizada de forma a se obter informações claras e objetivas sobre como os motoristas da empresa operam e estabelecem sua rota. Foram levantados os dados sobre certa distribuição referentes ao mês de Maio de 2019, realizada pelos motoristas, de forma que o mesmos estabeleceram sua rota de acordo com seu conhecimento empírico adquirido após alguns anos de experiência no segmento. A sequência dos clientes em que se deve realizar as entregas durante o dia é definida pelo próprio motorista e a demanda, sendo assim, como existem muitos pontos de destinos para poucos motoristas talvez este não consiga definir a sequência dos clientes que deverá visitar de modo a otimizar a redução da distância de todo o trajeto. Os mapas aqui obtidos foram gerados através da ferramenta do *Google Maps* para inserir os destinos a serem seguidos. Os dados foram modelados de acordo com as exigências da heurística e, posteriormente, implementada nas versões paralela e sequencial, encontrando uma solução quase ótima para a problemática apresentada.

Para este estudo de caso, ambas as versões sugerem os mesmos roteiros. Portanto, o usuário pode escolher qual das versões pode ser executada. Vale ressaltar que este fato nem sempre ocorre para todos os casos, podendo ser sugeridos roteiros diferentes para cada versão. De acordo com Miura (2003) “existem muitos casos em que os resultados obtidos pelas duas versões podem até ser idênticos, inexistindo, assim, qualquer diferença de eficiência entre uma versão ou outra,” sugerindo que a solução é ótima.

Por fim, por meio deste estudo de caso, pode-se observar que a aplicação da Otimização Linear em Problemas de Roteamento de veículos, utilizando ferramentas computacionais, ou como neste caso, por meio da heurística de Clarke & Wright, tem um baixo custo computacional, sendo este um tipo especial de otimização, seus algoritmos são extremamente eficientes e podem ser facilmente resolvidos com o uso de softwares e linguagens de programas, sendo capaz de solucionar os diversos problemas matemáticos que forem propostos de forma viável e eficiente. Desta forma é essencial para uma empresa a adoção de um eficiente sistema de roteamento, que possibilite identificar a incidência dos custos em todas as fases do processo de logística, tornando mais eficiente e eficaz a entrega do produto final ao consumidor, de acordo com a conformidade do pedido, ao menor espaço de tempo, atendendo as exigências ambientais, com os menores custos possíveis, contribuindo efetivamente para maximizar a rentabilidade da empresa.

Referências bibliográficas

BALLOU, R. H. **Instructor's manual business logistics management: planning and control.** Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1985.

BALLOU, R. H. **Business logistics supply chain management.** 5th ed. New York: Bookman Editora, 2004.

BREMENKAMP, L. H.; MONTEIRO, N. J.; REPOLHO, H. M. V.; CUNHA, V. A. M. C.; DANTAS, L. F. Aplicação da heurística de Clarke & Wright para um problema de roteirização de

BRESSAN, G. M.; CAMPOS, L. A. O. Otimização de problemas de roteamento de veículos: soluções heurísticas. **C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 18, p. 60–76, jul. 2020. Edição Iniciação Científica.

DOI: 10.21167/cqdvol18ic202023169664gmblaoc6076 Disponível em: www.fc.unesp.br/departamentos/matematica/revista-cqd/



veículos homogêneos em uma distribuidora. *In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO*, 36., 2016. João Pessoa. **Anais [...]** João Pessoa: UFPB, p. 107-120, 2003.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations research**, v. 12, n. 4, p. 568-581, 1964.

FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 109-124, 1981.

GAMA, M. B. **Roteirização de veículos: implementação e melhoria do método de Clarke & Wright**. 2011. 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção)- Universidade Federal do Vale do Rio São Francisco, Juazeiro, 2011.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOLDEN, B. L.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. A. (ed.). **The vehicle routing problem: latest advances and new challenges**. New York: Springer Science & Business Media, 2008.

LAPORTE, G. Fifty Years of Vehicle Routing. **Transportation Science**, v. 43, n. 4, p. 408-416, 2009.

LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J. -Y.; SEMET, F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 7, n. 4-5, p. 285-300, 2000.

MARTINS JÚNIOR, C. **Abordagens heurísticas para consolidação de cargas e roteamento de veículos de entrega dos produtos de uma indústria de embalagens**. 2013. 99 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

MIURA, M. **Resolução de um problema de roteamento de veículos em uma empresa transportadora**. 2003. 80 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

MIURA, M. **Modelagem heurística no problema de distribuição de cargas fracionadas de cimento**. 2008. 84 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

OLIVEIRA, I. H. I.; FAVA, F. L. M.; CASTORANI, R. R.; RODRIGUES, L. L. F.; FERNANDES, M. E. Utilização da pesquisa operacional para otimização de rotas de um motorista autônomo na região de São Paulo. *In: SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA*, 12., 2015, Resende. **Anais [...]** Resende: Associação Educacional Dom Bosco, p. 1-13, 2015.

PILLAC, V.; GENDREAU, M.; GUÉRET, C.; MEDAGLIA, A. L. A review of dynamic vehicle routing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 225, n. 1, p. 1-11, 2013.

RODRIGUEZ, G. M.; ROBLES JUNIOR, A. Gestão estratégica da logística visando a redução de custos nas empresas comerciais e industriais. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS*, 10.,



2003, Guarapari. **Anais [...]** Guarapari: ABC, p. 1-18, 2003.

SILVEIRA, C. A.; LAVRATTI, F. B.; BENTO, R. C. V. Pesquisa operacional no ensino da logística. *In: COLÓQUIO INTERNACIONAL SOBRE GESTÃO UNIVERSITÁRIA NA AMÉRICA DO SUL*, 4., 2004. Florianópolis. **Anais [...]** Florianópolis: UFSC. p. 01-14, 2004.

TOTH, P.; VIGO, D. (ed.). **The vehicle routing problem**. Philadelphia: SIAM, 2002.