



Revista Eletrônica
Paulista de Matemática

ISSN 2316-9664
Volume 13, dez. 2018

Graciele Paraguaia Silveira
Universidade Federal de São
Carlos
gracimat@gmail.com

**Naara Karolyne Morais
Pereira**
Instituto Federal de Goiás
naarakarolyne87@yahoo.com.br

Raphael de Oliveira Garcia
Universidade Federal de São
Paulo
gr.gubim@gmail.com

Um estudo sobre o risco de ataque cardíaco via teoria de conjuntos fuzzy

A study on heart attack risk via fuzzy sets theory

Resumo

Doenças cardiovasculares, em especial os ataques cardíacos (ou infartos), são a causa de milhões de mortes em todo o mundo, milhares no Brasil. Estudos mostram que vários fatores de risco estão associados e mais recentemente, apontam que existe uma relação entre a concentração da proteína C-reativa e os infartos. O objetivo deste trabalho foi a construção de um modelo matemático para analisar o risco de ataque cardíaco, usando a Teoria de Conjuntos Fuzzy e inserindo a proteína C-reativa nas variáveis de entrada. Simulações foram realizadas e mostraram que a combinação entre os níveis de LDL (“mal colesterol”) e a concentração da proteína exerce uma forte influência no prognóstico do paciente.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Lógica fuzzy. Base de regras. Ataque cardíaco.

Abstract

Cardiovascular diseases, in special the heart attacks, are the cause of millions of deaths worldwide, thousands in Brazil. Studies show that several risk factors are associated and more recently, indicate that there is a relationship between the concentration of the C-reactive protein and the heart attacks. The aim of this work was the make of a mathematical model to analyse the heart attack risk, using the Fuzzy Sets Theory and considering the C-reactive protein in the input variables. Simulations were performed and showed that the combination of LDL levels (“bad cholesterol”) and protein concentration exerted a strong influence on the patient’s prognosis.

Keywords: Mathematical modeling. Fuzzy logic. Rules base. Heart attack.

1 Introdução

Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), doenças cardiovasculares são desordens do coração e de vasos sanguíneos, que incluem infartos, acidente vascular cerebral, insuficiência cardíaca, doenças cardíacas congênitas, arritmias cardíacas e prolapso da válvula mitral, entre outras [1].

Ainda de acordo com a OMS, as doenças cardiovasculares constituem a causa número um de mortes em todo o mundo. Em 2015, 17,7 milhões de pessoas morreram em decorrência de disfunções cardiovasculares, o que corresponde a 31% de todas as mortes registradas globalmente. Desse total de mortes, quatro em cada cinco ocorrem por ataques cardíacos e acidentes vasculares cerebrais. Países considerados como baixa e média rendas concentram mais de 75% das mortes.

No Brasil, cerca de 300 mil pessoas morrem por ano devido a problemas no coração, o que resulta na taxa de uma morte a cada dois minutos. Dentre estes, 85,9 mil referem-se a ataques cardíacos. Em uma década (2004 a 2014), foram 3,5 milhões de mortes no país (quase mil mortes por dia) e as mulheres são as principais vítimas de infartos [2].

Em 2000, a World Heart Federation - WHF - instituiu a data 29 de setembro como o *Dia Mundial do Coração*. Para dar a dimensão da gravidade do problema, a Sociedade Brasileira de Cardiologia (SBC) criou o **cardiômetro**, que reúne diversos indicadores a respeito do tema no País [3]. De acordo com o cardiômetro, em 2018 já morreram 263.557 pessoas no Brasil por doenças cardiovasculares, sendo 33.229 somente em agosto.

Na década de 60, havia um consenso entre os especialistas de que ataques cardíacos aconteciam quando as coronárias eram entupidadas por placas de colesterol. A arteriosclerose seria consequência mecânica da deposição de placas de gordura no interior das artérias, processo irreversível e contínuo que se iniciava a partir da adolescência [4]. Nessa mesma época, exames para dosagens de colesterol HDL e LDL começavam a se popularizar.

De acordo com Varella [4], esse conceito foi aceito pelos médicos apesar de evidentes contradições, como por exemplo, há pessoas que nunca infartam apesar de apresentarem placas extensas, que obstruem significativamente as coronárias. Outras, portadoras de placas insignificantes, com pequeno grau de obstrução, podem sofrer infartos extensos e níveis altos de colesterol explicam apenas 50% dos episódios de infarto; a outra metade ocorre em pessoas com colesterol normal.

Pesquisas iniciadas nos anos 1990 em Harvard mudaram o conceito de arteriosclerose, que passou a ser considerada um processo inflamatório que tem implicações importantes, pois as mesmas moléculas envolvidas nas inflamações estão ligadas à gênese do processo arteriosclerótico. Uma dessas moléculas é a **proteína C-reativa**, presente em pequenas quantidades no sangue de pessoas normais, cuja concentração pode aumentar cem ou mil vezes em processos inflamatórios.

Atualmente, as relações entre a proteína C-reativa e as doenças cardiovasculares vêm sendo intensamente estudadas e há um acúmulo de evidências sobre o papel importante desta molécula nos processos inflamatórios que levam ao infarto e outras doenças do coração [5-7].

Frente a este cenário, envolto por dados alarmantes, contradições e principalmente pela relação com a proteína C-reativa, acredita-se que a modelagem matemática e a Teoria de Conjuntos Fuzzy podem contribuir para a análise do fenômeno biológico e a obtenção de possíveis prognósticos. Em 2014, os autores deste artigo iniciaram pesquisas preliminares com essa temática, isto é, o uso da Lógica Fuzzy aplicada no estudo do risco de ataque cardíaco, levando-se em conta a proteína C-reativa e outros fatores reconhecidamente importantes [8].

A Teoria de Conjuntos fuzzy, nos últimos anos, tem sido cada vez mais utilizada em Bio-matemática para auxiliar no entendimento e tomadas de decisões em problemas da medicina. Pesquisas sobre câncer [9,10], dengue [11,12], HIV [13] e incidência de doenças cardiovasculares gerais, sem considerar a proteína C-reativa [14]. O uso dessa teoria permite que incertezas e subjetividades possam ser incorporadas na modelagem dos problemas.

O propósito deste estudo foi elaborar um modelo matemático fuzzy para analisar o risco de ataque cardíaco, considerando o número de fatores de risco que o indivíduo apresenta, níveis do colesterol LDL e concentração da proteína C-reativa, por meio de um sistema baseado em regras fuzzy, conforme será detalhado nas próximas seções.

A Seção 2 expõe conceitos e definições da Teoria de Conjuntos Fuzzy, importantes na execução desta pesquisa. Na Seção 3 encontram-se os detalhes da modelagem matemática do problema em questão, assim como os resultados obtidos. Por fim, na Seção 4 estão as conclusões do trabalho.

2 Teoria de conjuntos fuzzy

A modelagem matemática de fenômenos do mundo real demanda que se considere incertezas, subjetividades, imprecisões e conceitos vagos, que definem estruturas que não são conjuntos no sentido clássico. Na verdade tratam-se de conjuntos que possuem propriedades incertas, com fronteiras indefinidas, nos quais a transição de pertinência para não - pertinência é gradual.

A Teoria de Conjuntos Fuzzy (e a Lógica Fuzzy) foi introduzida em 1965, pelo matemático de origem iraniana Lotfi Asker Zadeh, com o objetivo de estabelecer uma relação entre a precisão da matemática clássica e a imprecisão do mundo real. Sua intenção principal era proferir um tratamento matemático a termos linguísticos subjetivos, como “aproximadamente”, “em torno de”, entre outros.

Esse foi um primeiro passo no sentido de se programar e armazenar conceitos vagos em computadores, tornando possível cálculos com informações imprecisas, a exemplo do que faz o ser humano [15].

Zadeh baseou-se no fato de que qualquer conjunto clássico pode ser caracterizado por uma função (sua função característica), para obter a formalização matemática de um conjunto fuzzy. A próxima subseção traz a definição de função característica, assim como alguns conceitos fundamentais da teoria.

2.1 Conjuntos fuzzy

Definição 1 *Seja U um conjunto e A um subconjunto de U . A função característica de A é dada por*

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases}.$$

Desse modo, χ_A é uma função cujo domínio é U e a imagem está contida no conjunto $\{0, 1\}$, onde $\chi_A = 1$ indica que x é um elemento de A e $\chi_A = 0$ indica que x não está em A .

Essa noção é generalizada se em vez de restringir o contradomínio a dois elementos $\{0, 1\}$, considerá-lo como o intervalo real $[0, 1]$.

Definição 2 Um subconjunto fuzzy A , do universo $\mathbf{U}$ (clássico), é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A : \mathbf{U} \rightarrow [0, 1]$, onde $\mu_A(x)$ indica o grau de pertinência do elemento x em A ,

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in \mathbf{U} \text{ e } \mu_A : \mathbf{U} \rightarrow [0, 1]\}.$$

O valor $\mu_A(x) \in [0, 1]$ indica o grau com que o elemento x , de $\mathbf{U}$, pertence ao conjunto fuzzy A . Quanto mais um elemento pertence a A , mais próximo de 1 será seu grau de pertinência. Os valores $\mu_A(x) = 0$ e $\mu_A(x) = 1$ indicam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x , ao conjunto fuzzy A .

O grau de pertinência $\mu_A(x)$, de um elemento x em A , pode ser interpretado como o grau de compatibilidade do atributo associado com A e o elemento x [16]. O grau de pertinência pode ser considerado como uma medida que expressa a possibilidade de que um dado elemento seja membro de um conjunto fuzzy [15].

Algumas definições importantes estão descritas a seguir.

Definição 3 O suporte de um conjunto fuzzy A é o conjunto clássico de todos os elementos $x \in \mathbf{U}$, cuja função de pertinência tem valor diferente de zero:

$$\text{supp}(A) = \{x \in \mathbf{U} \mid \mu_A(x) > 0\}.$$

Definição 4 O conjunto de elementos que pertencem a um conjunto fuzzy A , pelo menos com um grau α , é chamado conjunto α - nível:

$$A_\alpha = \{x \in A \mid \mu_A(x) > \alpha\}.$$

As três operações básicas em conjuntos clássicos - complemento, intersecção e união - podem ser generalizadas para conjuntos fuzzy e estão definidas como segue:

Definição 5 O complementar $\bar{A}$, de um conjunto fuzzy A , com respeito ao universo $\mathbf{U}$, é definido, para todo $x \in \mathbf{U}$, por

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

Definição 6 Dados dois conjuntos fuzzy A e B , a intersecção $A \cap B$ e a união $A \cup B$ são definidas, para todo $x \in \mathbf{U}$, por

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad \text{e} \quad \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x),$$

onde $\wedge$ e $\vee$ denotam o operador mínimo e o operador máximo, respectivamente.

2.2 Lógica fuzzy

O termo “lógica fuzzy” é abordado na literatura de duas maneiras: para representar e manipular informações subjetivas, visando tomar decisões, valendo-se da teoria dos conjuntos fuzzy; a segunda forma refere-se à extensão da lógica clássica [17].

Lógica é a designação para o estudo de sistemas prescritivos de raciocínio, ou seja, sistemas que definem como se “deveria” pensar, usando a razão dedutivamente e indutivamente.

A lógica clássica lida com proposições que são verdadeiras ou falsas. A lógica fuzzy (também chamada de lógica difusa ou lógica nebulosa), é definida como a lógica que suporta raciocínio aproximado, como estamos naturalmente acostumados a trabalhar. O raciocínio exato corresponde, portanto, a um caso limite do raciocínio aproximado, sendo interpretado como um processo de composição nebulosa [18].

2.3 Variáveis linguísticas

É comum o uso de termos linguísticos como *alto*, *médio* ou *baixo*, para designar o estado de uma variável. Esses conceitos ou expressões linguísticas podem ser representados por conjuntos fuzzy e tal variável é denominada variável linguística ou variável fuzzy.

Segue a definição formal de variável linguística que pode ser encontrada em [15].

Definição 7 Uma variável linguística X no universo U é uma variável cujos valores assumidos são subconjuntos fuzzy de U .

A modelagem das variáveis é feita com a construção de funções de pertinência que podem assumir variadas formas - linear por partes (triangular ou trapezoidal), quadrática, gaussiana, entre outras. A escolha da forma é determinada no contexto de uma aplicação em particular [15].

A utilização de variáveis fuzzy, ou variáveis linguísticas, favorece a transição gradual entre estados e permite converter informações qualitativas em formas que podem ser implementadas computacionalmente.

2.4 Relações fuzzy

Na teoria de conjuntos fuzzy, o conceito de normas triangulares e co-normas o conceito de normas triangulares e co-normas desempenham um papel fundamental, fornecendo modelos genéricos de intersecção e união, respectivamente.

Uma norma triangular (t-norma) é uma operação binária $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ satisfazendo as seguintes propriedades:

- Comutatividade: $xy = yx$
- Associatividade: $xt(ytz) = (xty)tz$
- Monotonicidade: se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $xw \leq yz$
- condições de fronteira: $0tx = 0$, $1tx = x$.

Uma co-norma triangular (t-conorma ou s-norma) é definida similarmente, exceto na condição de fronteira que é dada por:

- Condições de fronteira: $0sx = x$ and $1sx = 1$.

O operadores *mínimo* e *máximo* são exemplos de t-norma e t-conorma, respectivamente. Eles correspondem aos operadores de intersecção e união.

A proposição “Se x é A , então y é B ” descreve uma relação entre as variáveis x e y . Uma relação clássica entre conjuntos clássicos A e B pode ser expressa por

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \mid (x, y) \in A \times B\},$$

onde $A \times B$ representa o produto cartesiano entre A e B .

Definição 8 Uma relação fuzzy $\mathcal{R}$, em $A \times B$, é um conjunto fuzzy caracterizado por uma função de pertinência $\mu_{\mathcal{R}}$, que associa a cada par ordenado (x, y) , um grau de pertinência em $\mathcal{R}$,

$$\mathcal{R} = \{((x, y), \mu_{\mathcal{R}}(x, y)) \mid (x, y) \in A \times B, \mu_{\mathcal{R}}(x, y) \in [0, 1]\}.$$

Generalizando, se $\mathbf{U}$ é o produto cartesiano de n universos de discurso, $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, então uma relação fuzzy $\mathcal{R}$ em $\mathbf{U}$ é um subconjunto fuzzy de $\mathbf{U}$, caracterizado por uma função de pertinência $\mu_{\mathcal{R}}(u_1, \dots, u_n)$, com $u_i \in U_i, i = 1, \dots, n$.

Definição 9 O produto cartesiano $\mathcal{R}$, dos subconjuntos fuzzy, $A_1, A_2, \dots, A_n$ de $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_n$ é a relação fuzzy cuja função de pertinência é

$$\mu_{\mathcal{R}}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min [\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_2), \dots, \mu_{A_n}(u_n)].$$

2.5 Regras fuzzy

Uma proposição é um tipo de sentença que afirma ou nega um predicado de um sujeito. Em uma proposição fuzzy a verdade ou falsidade é uma questão de grau [15].

Uma proposição fuzzy básica pode ser expressa na forma canônica $p : x \text{ é } A$, onde x é o sujeito que pode ser interpretado como uma variável linguística e A é um conjunto fuzzy que representa o estado da variável.

Uma proposição composta é construída a partir de conjunções,

$$p: x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } x_2 \text{ é } A_2 \text{ e } \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n,$$

ou disjunções,

$$q: x_1 \text{ é } A_1 \text{ ou } x_2 \text{ é } A_2 \text{ ou } \dots \text{ ou } x_n \text{ é } A_n,$$

onde $A_1, A_2, \dots, A_n$ são conjuntos fuzzy, nos universos $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_n$ e $x_1, x_2, \dots, x_n$ são variáveis.

Uma proposição condicional é uma regra do tipo, “Se (antecedente), então (consequente)”, onde o antecedente e o consequente são proposições fuzzy.

As regras do tipo “se ... então ...” podem ser modeladas através de conjunções, disjunções ou implicações fuzzy:

1. Conjunção fuzzy - é uma função $f_t : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, definida por:

$$f_t(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \mu_A(x) t \mu_B(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbf{U} \times \mathbf{V}.$$

O operador de Mamdani, que veremos adiante, é um exemplo de conjunção fuzzy.

2. Disjunção fuzzy - é uma função $f_s : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, definida por:

$$f_s(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) s \mu_B(y), \quad \forall (x, y) \in \mathbf{U} \times \mathbf{V}.$$

3. Implicação fuzzy - é uma função $f_i : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, que obedece as seguintes condições:

- Monotônica no segundo argumento:

$$\mu_B(y_1) \leq \mu_B(y_2) \Rightarrow f_i(\mu_A(x), \mu_B(y_1)) \leq f_i(\mu_A(x), \mu_B(y_2));$$

- Dominância da falsidade: $f_i(0, \mu_B(y)) = 1$;

- Neutralidade da verdade: $f_i(1, \mu_B(y)) = \mu_B(y)$.

2.6 Inferência

No método de inferência se definem os *conectivos lógicos* usados para estabelecer a relação fuzzy que modela a base de regras.

Pressupondo que R é uma relação fuzzy em $\mathbf{X} \times \mathbf{Y}$ e A' e B' são conjuntos fuzzy em $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$, respectivamente, então, se R e A' são dados, obtém-se B' da equação

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in \mathbf{X}} \min [\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)], \quad \forall y \in \mathbf{Y}. \quad (1)$$

Uma proposição fuzzy da forma, “ p : Se x é A então y é B ”, pode ser interpretada como uma relação fuzzy,

$$\mu_R(x, y) = f [\mu_A(x), \mu_B(y)], \quad (2)$$

onde f denota uma relação fuzzy que descreve o antecedente e o consequente.

Seja a proposição q da forma “ q : x é A' ”. Considerando a proposição p como uma regra e a proposição q como um fato, temos o esquema:

Regra: Se x é A então y é B

Fato: x é A'

Conclusão: y é B' .

Esse procedimento é chamado *modus ponens* generalizado [19]. No esquema B' é calculado por (1) e R é determinado por (2). Quando $A' = A$ e $B' = B$ e os conjuntos são clássicos, o esquema torna-se o *modus ponens* clássico.

A inferência, em proposições com múltiplos antecedentes, inclui operações de conjunção (com o conectivo *e*) ou disjunção (com o conectivo *ou*), antes da conclusão de B' . Em geral, o método de inferência é aplicado à várias regras, gerando muitas conclusões B'_i . A conclusão final do sistema é a disjunção de todos os B'_i .

O processo de inferência baseado no *modus ponens* não é único. Os mais divulgados são o Método de Mamdani, que foi utilizado durante este estudo e o Método de Takagi-Sugeno-Kang (TSK), que pode ser consultado em [15].

2.6.1 Método de Mamdani

No método de inferência de Mamdani, a relação associada com uma regra particular é obtida por meio de uma conjunção do antecedente e o consequente da regra e, numa coleção de regras, a agregação é realizada via união das relações individuais.

O método de Mamdani propõe uma relação fuzzy binária $\mathcal{M}$, entre x e z , e baseia-se na regra de composição de inferência max-min. A seguir estão os passos para determinar C , segundo [15]:

1. Em cada regra R_j , da base de regras fuzzy, a condicional “se x é A_j **então** z é C_j ” é modelada pela aplicação $\wedge$ (mínimo);
Se a regra for ponderada, o peso w_j deve ser incluído no grau de ativação da regra,
2. Adota-se a t-norma $\wedge$ (mínimo) para o conectivo lógico “e”;

3. Para o conectivo lógico “ou” adota-se a t-conorma $\vee$ (máximo), que conecta as regras fuzzy.

A relação fuzzy $\mathcal{M}$ é o subconjunto fuzzy de $\mathbf{X} \times \mathbf{Z}$ cuja função de pertinência é

$$\mu_{\mathcal{M}}(x, z) = \max_{1 \leq i \leq r} (\mu_{R_i}(x, z)) = \max_{1 \leq i \leq r} [\mu_{A_j}(x) \wedge \mu_{C_j}(z)],$$

onde r é o número de regras e, A_j e C_j são os subconjuntos fuzzy da regra j . Os valores $\mu_{A_j}(x)$ e $\mu_{C_j}(z)$ são interpretados como os graus com que x e z estão nos subconjuntos fuzzy A_j e C_j , respectivamente.

A Figura 1 ilustra as saídas parciais, do método de inferência de Mamdani, para duas entradas reais, X e Y , uma saída e duas regras.

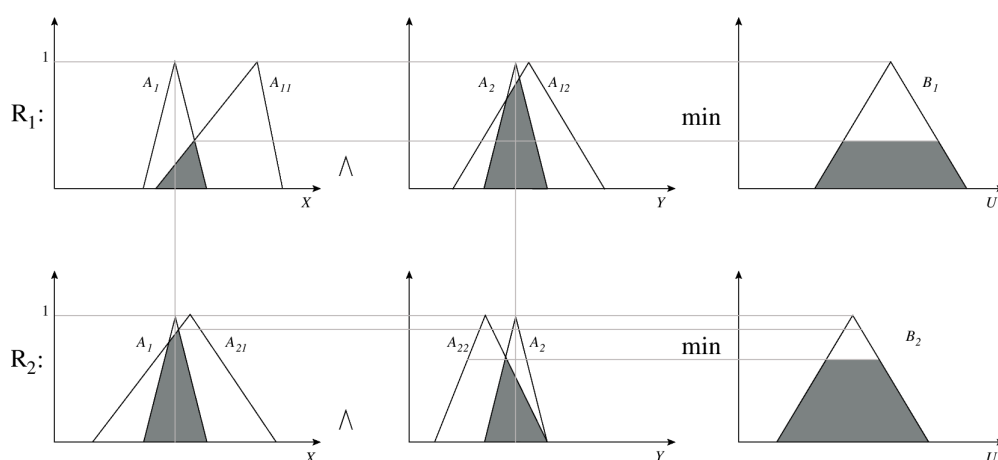


Figura 1: Saídas parciais do método de Mamdani.

Fonte: Elaborada pelos autores, tendo como referência [15].

A saída final U é dada pela união das saídas parciais, como mostra a Figura 2.

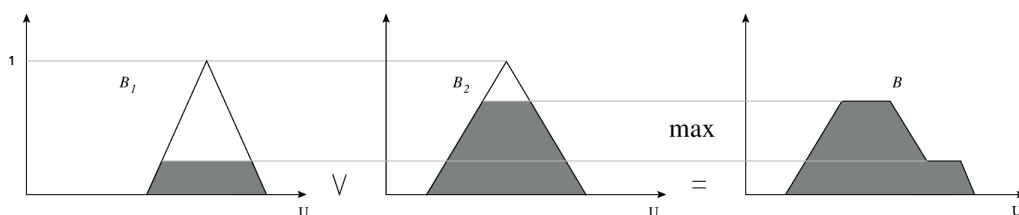


Figura 2: Saída final do controlador fuzzy de Mamdani.

Fonte: Elaborada pelos autores, tendo como referência [15].

2.6.2 Métodos de Decodificação

Os métodos de decodificação ou *defuzzificação* determinam um número real que seja representativo do conjunto fuzzy.

O centro de gravidade fornece a média das áreas de todas as figuras que representam os graus de pertinência de um conjunto fuzzy [15].

As equações (3) e (4) referem-se aos domínios discreto e contínuo, respectivamente

$$G(C) = \frac{\sum_{i=0}^n z_i \mu_C(z_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_C(z_i)}, \quad (3)$$

$$G(C) = \frac{\int_{\mathcal{R}} z \mu_C(z) dz}{\int_{\mathcal{R}} \mu_C(z) dz} \quad (4)$$

onde $\mathcal{R}$ é a região de integração.

A próxima subseção é dedicada às informações sobre sistemas baseados em regras fuzzy (SBRF) e seus componentes.

2.7 Sistema baseado em regras fuzzy - SBRF

Os sistemas baseados em regras fuzzy (SBRF) consistem na tentativa de reproduzir a estratégia de um controlador humano na execução de tarefas. Atualmente controladores fuzzy são amplamente utilizados em aparelhos domésticos e o Japão foi o primeiro país a investir no uso da teoria fuzzy na indústria [15,17].

A estrutura de um SBRF é apresentada na Figura 3.

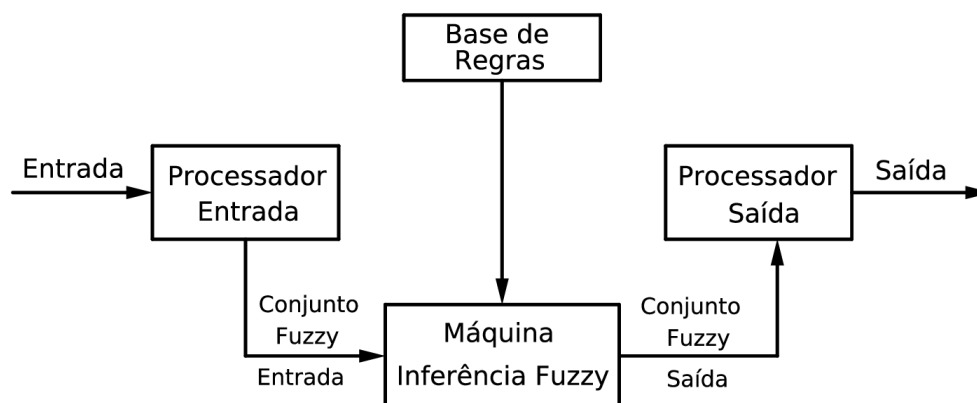


Figura 3: Estrutura dos sistemas baseados em regras fuzzy

Fonte: Elaborada pelos autores.

Um sistema baseado em regras fuzzy, também chamado controlador fuzzy, é constituído por módulos:

- a) **Módulo de fuzzificação (processador de entrada)** - nesta etapa as entradas do sistema, formadas por expressões linguísticas, são modeladas por conjuntos fuzzy. Em geral, a participação de especialistas na elaboração e construção das funções de pertinência para cada conjunto fuzzy associado com as entradas, é desejável.
- b) **Módulo da base de regras** - consiste de proposições fuzzy descritas na forma linguística

$$\begin{array}{l} \text{Se } x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n \\ \text{Então } u_1 \text{ é } B_1 \text{ e } \dots \text{ e } u_m \text{ é } B_m. \end{array}$$

Nesta fase as variáveis e suas classificações linguísticas são combinadas e relacionadas entre si.

- c) **Módulo de inferência fuzzy** - a máquina de inferência fuzzy executa raciocínio aproximado usando a regra de composição de inferência. Neste módulo é onde se define as t-normas e t-conormas que serão utilizadas. Um caso particular de inferência fuzzy e de interesse nesta pesquisa é o método de Mamdani, que é baseado na regra de composição de inferência max-mim.
- d) **Módulo de defuzzificação** - em sistemas baseados em regras fuzzy, as saídas frequentemente são conjuntos fuzzy. Entretanto, pode-se representar um conjunto fuzzy por um número real. Um esquema típico de defuzzificação é o método do centro de gravidade definido anteriormente.

De posse dos conceitos teóricos preliminares acerca da Teoria de Conjuntos Fuzzy, o objetivo na próxima seção é apresentar o desenvolvimento de um modelo matemático fuzzy aplicado no estudo do risco de ataque cardíaco.

3 Modelo matemático fuzzy para o risco de ataque cardíaco

A modelagem matemática do problema proposto, via Teoria de Conjuntos Fuzzy, será apresentada nesta seção. Contudo, alguns detalhes biológicos relacionados ao fenômeno em questão têm que ser esclarecidos, a fim de facilitar a compreensão das decisões tomadas, quanto à escolha das variáveis de entrada e saída do sistema fuzzy, funções de pertinências das variáveis, assim como as informações usadas para a elaboração da base de regras fuzzy.

3.1 Aspectos biológicos importantes

Os principais fatores de risco para doenças cardiovasculares, de acordo com o National Heart, Lung, and Blood Institute [20], em uma publicação para o National Cholesterol Education Program, são:

- Idade
 - homens: 45 anos
 - mulheres: depois da menopausa.
- Tabagismo

- Hipertensão
 - mesmo quando tratada.
- Diabetes
- História de doença cardiovascular em parentes de primeiro grau
 - doenças instaladas em parentes masculinos antes dos 55 anos de idade ou em parentes femininos com menos de 65 anos.
- Níveis de HDL
 - abaixo de 35 mg/dl.

Para diminuir o risco de ataque cardíaco e manter os níveis de colesterol adequados é preciso controlar o peso corpóreo e praticar atividade física, mas quando estas medidas falham, os médicos aconselham reduzir a quantidade de gordura na alimentação e, eventualmente, prescrevem medicamento. Assim, na Tabela 1 estão expostos os dados usados para estabelecer a estratégia de indicação de restrição de gordura na dieta e o momento em que o tratamento medicamentoso deve ser introduzido [21].

Tabela 1: Orientação para o Controle do Colesterol.

Número de Fatores de Risco	Limiar Inicial Dieta		Limiar Inicial Medicamento	
	Colesterol		Colesterol	
	Total	LDL	Total	LDL
Zero a 1	240	160	275	190
Igual ou maior que 2	200	130	240	160
Indivíduo Portador de Doença Cardiovascular	160	100	200	130

Fonte: Dados retirados de [21].

De acordo com Varella [4], a relação entre os altos níveis de LDL, o “mau” colesterol, e a proteína C-reativa no sangue fornecem as explicações mais convincentes sobre as principais causas para a instalação de placas de gordura nas artérias que irrigam o coração.

Os ataques cardíacos advêm de coronárias entupidadas por placas de colesterol, quanto mais gordura no sangue, mais rápida a formação da placa e maior a probabilidade de obstrução.

Conforme já comentado, nos anos 1960 havia-se um consenso entre os especialistas sobre as causas de ataques cardíacos, mas que apresentavam contradições, a saber [4]:

- Existem pessoas que nunca enfartam embora apresentem extensas placas, que obstruem significativamente as coronárias. Outras pessoas que possuem placas insignificantes, grau baixo de obstrução, podem sofrer infartos extensos;
- Os altos níveis de colesterol explicam somente 50% dos episódios de infarto, a outra metade dos eventos ocorre em pessoas com colesterol normal;

- As estatinas, que são drogas utilizadas para reduzir as concentrações de colesterol no sangue, prescritas para pessoas com LDL elevado, diminuem a probabilidade de ataques cardíacos e derrames cerebrais. Até mesmo pessoas com níveis normais de LDL, podem se beneficiar do uso desses medicamentos.

Pesquisas realizadas na Universidade de Harvard, nos anos 1990, explicaram as contradições descritas, o que revolucionou o campo da prevenção e do tratamento da arteriosclerose. Os pesquisadores definiram que trata-se de um processo inflamatório. Desse modo, o infarto ocorre quando substâncias resultantes das reações inflamatórias provocam a formação de coágulos, que se desprendem e são levados pela corrente sanguínea.

Uma dessas substâncias é a proteína C-reativa, presente em pequenas quantidades no sangue de pessoas normais, mas que pode ter sua concentração aumentada em cem ou mil vezes se houver processos inflamatórios. Estudos estabelecem relações bem definidas entre os níveis de proteína C-reativa e o risco de acidentes cardiovasculares. Com isso, surgiram explicações mais convincentes acerca das contradições ligadas ao colesterol [4]:

1. Níveis elevados de proteína C-reativa estão associadas a ataques cardíacos e a derrames cerebrais mesmo em indivíduos com LDL baixo.
2. Níveis elevados de proteínas C-reativa possuem relação linear com o número de acidentes cardiovasculares, isto é, quanto mais altos os níveis, maior a probabilidade de acidentes.
3. Pessoas com níveis baixos de LDL e de proteína C-reativa possuem menor risco de problema cardiovascular. Ao contrário, as que possuem LDL e proteína C-reativa elevados apresentam risco seis a nove vezes maiores.
4. Indivíduos com LDL baixo, que se beneficiam com o uso de estatinas, são justamente aqueles portadores de níveis altos de proteína C-reativa, sugerindo uma ação anti-inflamatória para essa classe de drogas.
5. As concentrações de proteínas C-reativa no sangue são coerentes com os demais fatores de risco para doenças cardiovasculares. Seus níveis elevam com o tabagismo, aumento de peso, diabetes, hipertensão arterial e com o avanço da idade. Quanto ao álcool, os abstêmios apresentam níveis mais altos de proteína, que caem nas pessoas que tomam um ou dois drinques por dia e sobem significativamente nos que exageram na bebida, distribuição que acompanha exatamente o risco de infarto.

Os aspectos biológicos que foram descritos auxiliaram na definição das variáveis de entrada e saída, construção das funções de pertinências das variáveis e criação da base de regras fuzzy.

3.2 Modelagem fuzzy e resultados

O objetivo nesta subseção é descrever o modelo matemático fuzzy de diagnóstico para o risco de ataque cardíaco, elaborado a partir dos dados e informações obtidas nos referenciais teóricos.

Para a construção do modelo matemático, foram adotadas como variáveis de entrada o *Número de Fatores de Risco* apresentados pelos indivíduos, *Níveis de LDL* e a concentração da *Proteína C-reativa*. A variável de saída foi o *Risco de Ataque Cardíaco*.

Na variável linguística *Fatores de risco* foram considerados sete estados, sendo seis de acordo com a classificação dada na referência e acrescentando como sétimo fator de risco os indivíduos “portadores de doença cardiovascular”, em virtude desse dado estar presente na Tabela 1. Logo, os termos atribuídos para esta variável linguística foram em razão da quantidade de fatores de risco, a saber, *Zero a 1*, *Igual ou maior que 2* e *Portador de doenças cardiovasculares*.

Na variável linguística *níveis de LDL* foram atribuídos três estados classificados conforme mostra a Tabela 2, isto é, *Baixo* - quando os níveis de LDL são menores do 130mg/dl, *Médio* - quando os níveis de LDL estão entre 130mg/dl e 159mg/dl e *Alto* - quando os níveis de LDL são maiores do 160mg/dl [20].

Tabela 2: Valores de referência para os lipídeos, dados em miligramas por decilitro de sangue.

Lipídeos	Valores em mg/dl		
	Desejável	Limítrofe	Aumentado
Colesterol Total	< 200	200 - 239	≥ 240
LDL - colesterol	< 130	130 - 159	≥ 160
HDL - colesterol	≥ 35	X	X
Triglicerídeos	≤ 200	X	> 200

Fonte: Dados retirados de [20].

A variável linguística *Proteína C-reativa*, medida em mg/l, foi classificada em dois estados que representam concentrações *Baixa* e *Alta*, de acordo com informações obtidas em [22]. As Figuras 4, 5 e 6 apresentam as funções de pertinências das variáveis de entrada.

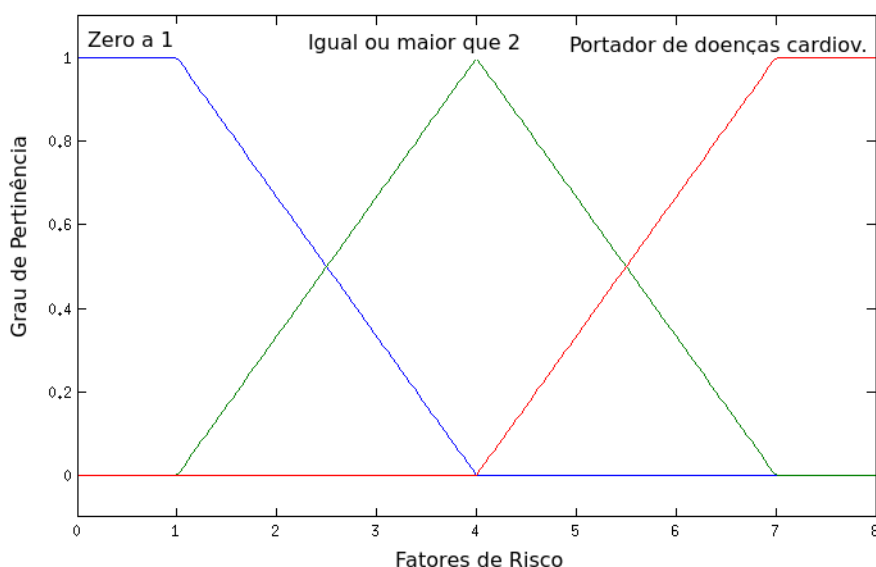


Figura 4: Função de pertinência.

Para a variável de saída *Risco de Ataque Cardíaco* foram atribuídos os termos linguísticos: *Baixo*, *Médio* e *Alto*. Como essa é uma variável qualitativa, foi escolhida uma escala entre 0 e 1,

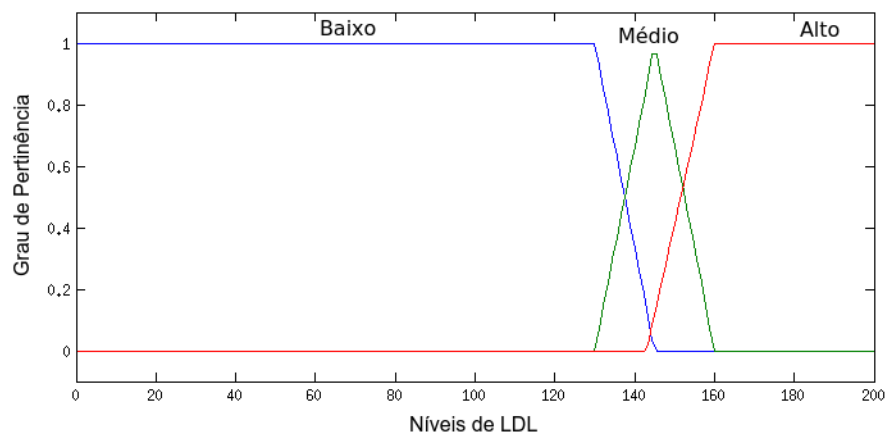


Figura 5: Função de pertinência.

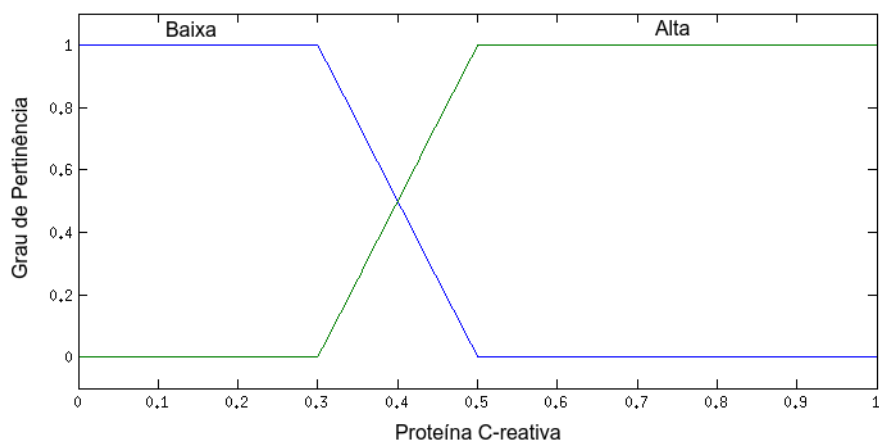


Figura 6: Função de pertinência.

onde resultados mais próximos de zero indicam riscos menores e quanto mais próximos de um, riscos altos. Na Figura 7 são apresentadas as funções de pertinência.

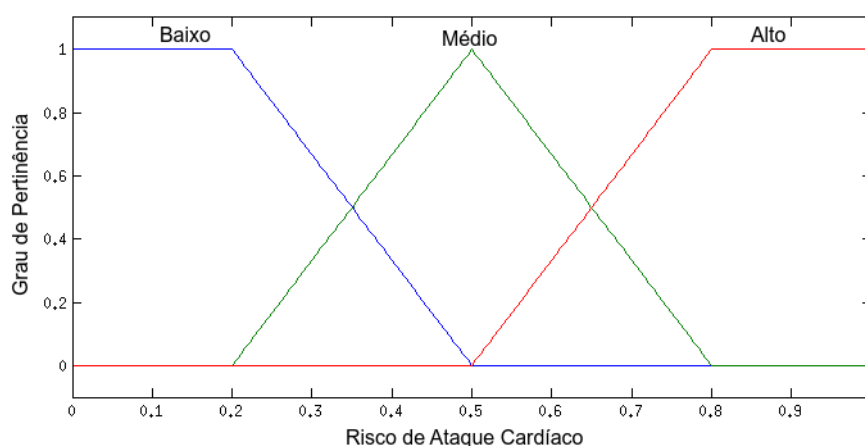


Figura 7: Função de pertinência.

Para a elaboração da base de regras fuzzy, foram combinadas as informações presentes na literatura e mencionadas ao longo deste artigo. A Tabela 3 mostra as regras fuzzy construídas.

Tabela 3: Base de regras fuzzy.

Nº	Fatores de Risco	Níveis de LDL	Proteína C-reativa	Risco de ataque Cardíaco
1	Zero a 1	Baixo	Baixa	Baixo
2	Zero a 1	Médio	Baixa	Baixo
3	Zero a 1	Baixo	Alta	Alto
4	Zero a 1	Médio	Alta	Alto
5	Zero a 1	Alto	Baixa	Médio
6	Zero a 1	Alto	Alta	Alto
7	Igual ou maior que 2	Baixo	Baixa	Baixo
8	Igual ou maior que 2	Baixo	Alta	Alto
9	Igual ou maior que 2	Médio	Baixa	Médio
10	Igual ou maior que 2	Médio	Alta	Alto
11	Igual ou maior que 2	Alto	Baixa	Alto
12	Igual ou maior que 2	Alto	Alta	Alto
13	Portador de doença cardiovascular	Baixo	Baixa	Médio
14	Portador de doença cardiovascular	Médio	Baixa	Alto
15	Portador de doença cardiovascular	Baixo	Alta	Alto
16	Portador de doença cardiovascular	Médio	Alta	Alto
17	Portador de doença cardiovascular	Alto	Baixa	Alto
18	Portador de doença cardiovascular	Alto	Alta	Alto

Fonte: Elaborada pelos autores.

Definidas as variáveis de entrada e saída do sistema e a base de regras fuzzy, o processo de inferência foi realizado via Método de Mamdani e a defuzzificação pelo Método Centro de Gravidade. A implementação computacional do sistema baseado em regras fuzzy aqui construído foi feita com o auxílio do Toolbox Fuzzy do MatLab 2014.

Seguem algumas simulações executadas.

Por exemplo, se um paciente hipotético apresenta um número de fatores de risco igual a 4 (isto é, *Igual ou maior que 2*), LDL igual a 100 mg/dl (*Baixo*) e concentração da proteína C-reativa igual a 0,5 mg/l (*Alta*), após a defuzzificação o valor apresentado pelo sistema para o risco de ataque cardíaco foi de 0,81, cuja pertinência ao conjunto *Alto* é 1.

Nota-se a partir do primeiro exemplo que a proteína C-reativa teve uma forte influência no resultado obtido para o risco, uma vez que o nível do “mal” colesterol é baixo e a quantidade de fatores de risco é intermediária.

Supondo que um paciente tenha número de fatores de risco igual a 1, classificado como *Zero a 1*, nível de LDL igual a 100 mg/dl (*Baixo*) e concentração de proteína C-reativa igual a 0,2 mg/l, o valor representativo do risco cardíaco obtido foi 0,18, o que resultou em uma pertinência de 1 no conjunto *Baixo*. Resultado este coerente com os dados iniciais do paciente.

Se um paciente apresenta somente dois fatores de risco, classificado como *Igual ou maior que 2*, nível de LDL igual 160 mg/dl, ou seja, *Alto* e a concentração de proteína C-reativa igual 0,4 mg/l, portanto, na interseção entre *Baixa* e *Alta*, o SBRF apontou o valor 0,63, que corresponde a 0,4333 para risco *Alto* e 0,5667 para risco de ataque cardíaco *Médio*.

Neste caso é possível observar que mesmo que a concentração da proteína possa ser considerada intermediária, em um paciente com poucos fatores de risco, a combinação do alto nível de colesterol com a presença da proteína eleva o risco de ataque cardíaco.

Por fim, considerando a situação de um paciente que apresente os seis fatores de risco, acrescido do fato de ser portador de doença cardiovascular, nível de LDL igual 50 mg/dl e proteína C-reativa igual 0,3 mg/l, o SBRF fornece 0,5, que possui pertinência 1 para risco de ataque cardíaco *Médio*.

Embora o paciente tenha seis fatores de risco e uma doença no coração, a combinação do colesterol em nível mais baixo e concentração baixa da proteína C-reativa não resultaram em um risco de ataque cardíaco *Alto*, nem mesmo interseção com o conjunto *Alto*. Isso evidencia que o controle do “mal” colesterol, alidado ao controle da concentração da proteína C-reativa, favorecem o prognóstico dos pacientes.

4 Conclusões

Este trabalho originou-se após o conhecimento da problemática enfrentada pelas pessoas de diferentes países, relacionada às doenças cardiovasculares, em especial, os ataques cardíacos.

Desde os anos 1960 pesquisadores e especialistas vêm tentando desvendar causas, fatores de risco e tratamentos mais adequados. Naquela época acreditava-se que os infartos eram causados apenas pelo entupimento das artérias do coração e que isso estava totalmente ligado a altos níveis de LDL (o chamado “mal colesterol”).

Pesquisas mais recentes vêm mostrando que esta era uma visão simplista e que, na realidade, o infarto está associado a um processo inflamatório e a proteína C-reativa exerce grande influência no prognóstico.

O objetivo deste estudo foi construir um modelo matemático, utilizando a Teoria de Conjuntos Fuzzy, para analisar o risco de ataque cardíaco, levando em conta o número de fatores de risco que o paciente apresenta, níveis de LDL e a concentração da proteína C-reativa. Um sistema baseado em regras fuzzy foi elaborado, a partir de informações obtidas em várias referências. Simulações com dados hipotéticos de pacientes foram implementadas, com o auxílio do Toolbox Fuzzy do MatLab.

Os resultados mostraram que a combinação entre os níveis de colesterol LDL e as concentrações da proteína C-reativa tem papel importante no que se refere a risco de infarto. A partir dos exemplos foi possível observar que o modelo conseguiu capturar as hipóteses “contraditórias” envolvidas no fenômeno, fornecendo respostas coerentes com dados da literatura.

Em trabalhos futuros planeja-se obter dados reais de pacientes para comparações e executar possíveis ajustes nas funções e classificações das variáveis.

Referências

- [1] WORLD HEALTH ORGANIZATION. **Cardiovascular disease**. 2018. Disponível em: <http://www.who.int/cardiovascular_diseases/en/>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- [2] BRASIL. **Cerca de 300 mil brasileiros morrem de doenças cardiovasculares por ano**. 2017. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/editoria/saude/2017/09/cerca-de-300-mil-brasileiros-morrem-de-doencas-cardiovasculares-por-ano>>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- [3] SOCIEDADE BRASILEIRA DE CARDIOLOGIA (SBC). **Cardiômetro**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <<http://www.cardiometro.com.br/>>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- [4] VARELLA, D. **Proteína C-reativa e acidentes cardiovasculares**. 2018. Disponível em: <<https://drauziovarella.uol.com.br/drauzio/artigos/proteina-c-reativa/>>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- [5] SANTOS, W. B. et al. Proteína C-reativa e doença cardiovascular: as bases da evidência científica. **Arq Bras Cardiol**, v. 80, n. 4, p. 452-456, 2003.
- [6] LIMA, J. C. C. et al. Validação da medida de proteína C-reativa de alta sensibilidade (PCR-as) por quimioluminescência para estimativa de risco cardiovascular em indivíduos ambulatoriais: análise comparativa com nefelometria. **J Bras Patol Med Lab**, v. 41, n. 1, p. 15-19, 2005.
- [7] AGUIAR, F. J. B. et al. Proteína C-reativa: aplicações clínicas e propostas para utilização racional. **Rev Assoc Med Bras**, v. 59, n. 1, p. 85-92, 2013.
- [8] PEREIRA, N. K. M.; SILVEIRA, G. P. Aplicação da lógica fuzzy no estudo do risco de ataque cardíaco. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 35., 2014, Natal. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**. São Carlos: SBMAC, 2015. p. 1-2.
- [9] SILVEIRA, G. P. **Aplicação da teoria de conjuntos fuzzy na predição do estadiamento patológico do câncer de próstata**. 2007. 105 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.



- [10] SACILOTTO, C. **Uso da teoria de conjuntos fuzzy para análise prognóstica do câncer de rim**. 2017. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2017.
- [11] SILVEIRA, G. P.; BARROS, L. C. Numerical methods integrated with fuzzy logic and stochastic method for solving PDEs: an application to dengue. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 225, p. 39-57, 2013.
- [12] SILVEIRA, G. P.; BARROS, L. C. Analysis of the dengue risk by means of a Takagi-Sugeno-style model. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 277, p. 122-137, 2015.
- [13] JAFELICE, R. S. M. **Modelagem fuzzy para dinâmica de transferência de soropositivos para HIV em doença plenamente manifesta**. 2003. 169 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.
- [14] BASSANI, L. T. **Sistema de base de regras fuzzy como método alternativo para avaliar o risco de doenças cardiovasculares**. 2016. 105 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.
- [15] BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. 3. ed. Campinas: IMECC/UNICAMP, 2015.
- [16] KLIR, G. J.; ST CLAIR, U. H.; YUAN, B. **Fuzzy set theory: foundations and applications**. New York: Prentice Hall, 1997.
- [17] BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C.; LODWICK, W. A. **A first course in fuzzy logic, fuzzy dynamical systems, and biomathematics: theory and applications**. New York: Springer, 2016.
- [18] SILVEIRA, G. P. **Métodos numéricos integrados à lógica fuzzy e método estocástico para solução de EDP's: uma aplicação à dengue**. 2011. 160 f. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.
- [19] ZIMMERMANN, H. J. **Fuzzy sets, decision making, and expert systems**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [20] NATIONAL HEART, LUNG, AND BLOOD INSTITUTE. **Detection, evaluation, and of high treatment blood cholesterol in adults (Adult Treatment Panel III)**. 2002. Disponível em: <<https://www.nhlbi.nih.gov/files/docs/resources/heart/atp-3-cholesterol-full-report.pdf>>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- [21] VARELLA, D. **Como manter seu colesterol sob controle**. 2018. Disponível em: <<https://drauziovarella.uol.com.br/drauzio/artigos/como-manter-seu-colesterol-sob-controle/>>. Acesso em: 31 ago. 2018.
- [22] FONSECA, F. A. H.; IZAR, M. C. O. High-sensitivity C-reactive protein and cardiovascular



disease across countries and ethnicities. **Clinics**, v. 71, n.4, p. 235-242, 2016.